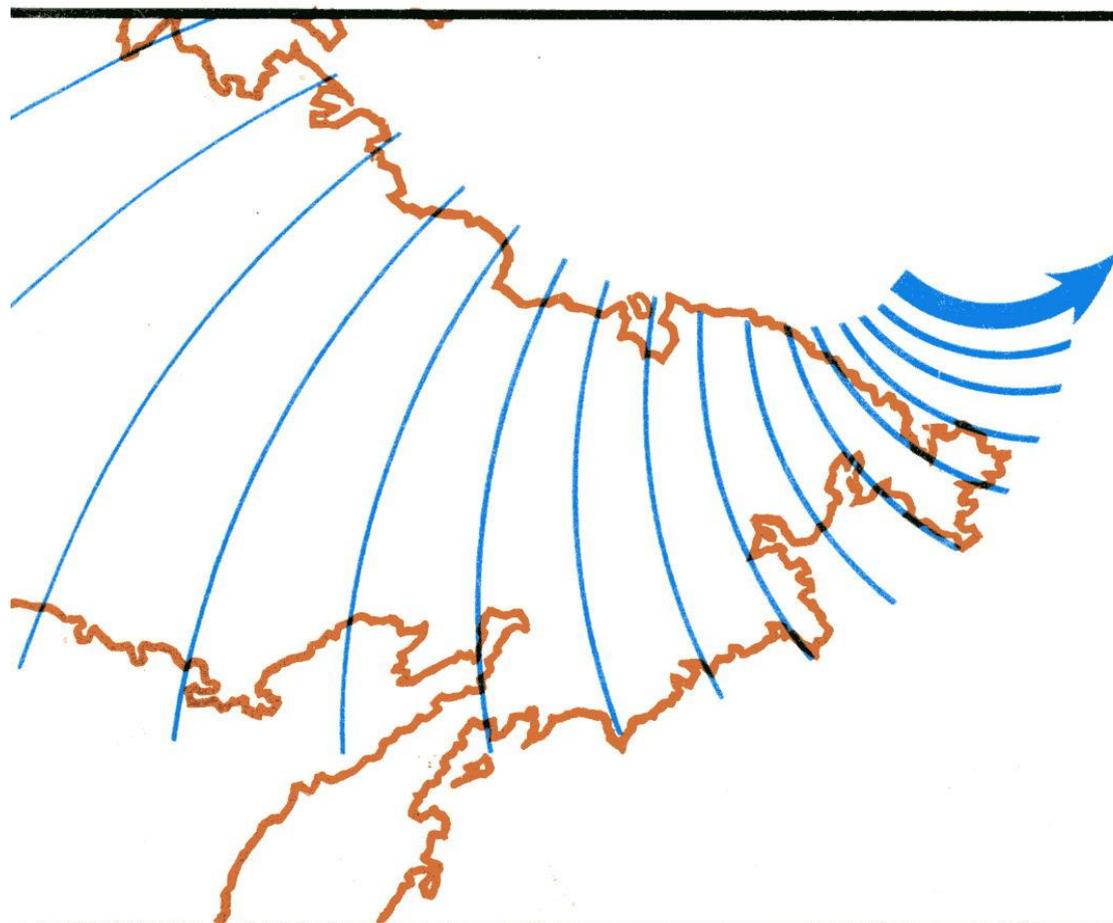


В.М. СОРОКИН, Г.В. ФЕДОРОВИЧ

**ФИЗИКА
МЕДЛЕННЫХ
МГД-ВОЛН
В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ**



ЭНЕРГОИЗДАТ

В.М. СОРОКИН, Г.В. ФЕДОРОВИЧ

**ФИЗИКА
МЕДЛЕННЫХ
МГД-ВОЛН
В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ**



МОСКВА · ЭНЕРГОИЗДАТ · 1982

Оглавление

Предисловие

Условные обозначения

Используемые сокращения

Глава 1. Экспериментальные основы.

1.1. Предмет исследования.

1.2. Характеристики ионосферной плазмы.

Глава 2. Проявление взаимосвязи движений в ионосфере с геомагнитным полем.

2.1. Вариации геомагнитного поля, связанные с ионосферными возмущениями.

2.2. Влияние геомагнитного поля на волновые движения в ионосфере.

2.3. Распространение длиннопериодных волн в замагниченной ионосферной плазме.

2.4. О влиянии геомагнитного поля на усиление волн в ионосфере ветровыми структурами.

Глава 3. Типы МГД волн в ионосфере и их характеристики.

3.1. Основные уравнения.

3.2. Гидромагнитные волны в ионосферной плазме.

3.3. Медленные МГД волны в ионосфере.

3.4. О влиянии гравитации на характеристики распространения медленных МГД волн.

Глава 4. Распространение медленных МГД волн в земных условиях.

4.1. Способы описания медленных МГД волн.

4.2. Распространение медленных МГД волн вдоль нижней границы ионосферы.

4.3. Распространение МГД волн в полярных областях.

4.4. Горизонтальное магнитное поле. Экваториальное распространение медленных МГД волн.

4.5. Сопоставление теоретических результатов с экспериментальными данными.

Список литературы.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В этой книге мы стремились рассмотреть современные представления о важном классе ионосферных движений - *медленных магнитогидродинамических (МГД) волнах*, т.е. волновых МГД-процессах, в которых участвует нейтральная компонента плазмы. В книге систематически изложены теоретические и экспериментальные основы нового перспективного направления — исследования волновых процессов в ионосфере и связанных с ними волновых вариаций геомагнитного поля.

Основное внимание уделено волнам, характеризующимся периодами от единиц минут до единиц часов. К этому диапазону относятся суббури в геомагнитном поле, которые и вызывают подавляющее большинство геомагнитных возмущений с периодом около 1 ч. Рассматриваемые в книге явления представляют собой более "тонкое" и не столь заметное, но не менее интересное и практически важное явление, чем суббури.

Книга начинается обзором (см. гл. 1) основных результатов наблюдения за *волновыми возмущениями (ВВ)* в ионосфере и вариациями геомагнитного поля в указанном выше диапазоне периодов. Описаны "соседние" по диапазону периодов волны. Обсуждаются проблемы, возникающие при интерпретации на основе теории акустогравитационных волн (АГВ) результатов наблюдения за ВВ. Приведены характеристики ионосферной плазмы, необходимые для последующего изложения. В гл. 2 систематизированы данные, свидетельствующие о существенной роли МГД-эффектов в процессе распространения ВВ. В этой же главе рассмотрены некоторые особенности *магнитогравитационных волн (МГВ)*, позволяющие объяснить наблюдаемые свойства крупномасштабных ВВ эффектами взаимодействия волновых движений ионосферной плазмы с геомагнитным полем. Приведены результаты рассмотрения вопроса о влиянии ветра в ионосфере на распространение волн, позволяющие объяснить наблюдаемую сезонную анизотропию распространения среднемасштабных ВВ влиянием геомагнитного поля на волновые движения ионосферной плазмы. В гл. 3 рассмотрены различные аспекты теории волн в ионосферной плазме и выведены уравнения, описывающие эти волны. В результате выявляются интервалы высот в ионосфере, распространение возмущений в которых связано с волнами различных типов. В гл. 4 поставлена и решена задача о распространении импульса медленных МГД-волн в ионосфере (это пример постановки и методов решения задач, относящихся к рассматриваемому кругу вопросов). Выводы теории доведены до вида, позволяющего провести детальное сопоставление с экспериментальными данными для импульсных источников волн.

Книга является итогом почти десятилетней работы авторов над вопросами теории МГД-волн в ионосферной плазме. Существенное влияние на формирование позиции авторов по затронутым в книге проблемам оказали акад. Я.Б. Зельдович, д-р физ.-мат. наук М.Б. Гохберг и д-р физ.-мат. наук В.А. Троицкая. Вопросы физики ионосферы обсуждались с д-ром физ.-мат. наук Ю.А. Медведевым, канд. физ.-мат. наук Е.А. Пономаревым, д-ром физ.-мат. наук Л.М. Ерухимовым, д-ром физ.-мат. наук А.Г. Хантадзе, канд. физ.-мат. наук В.И. Дробжевым, канд. физ.-мат. наук Л.С. Альперовичем, канд. физ.-мат. наук В.В. Ивановым, д-ром техн. наук Б.Е. Кинбером. Всем им авторы выражают благодарность.

В.М. Сорокин

Г.В. Федорович

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Авторы стремились привести обозначения к системе, рекомендованной Международным союзом чистой и прикладной физики (см. Успехи физ. наук, 1979, т. 129, № 2, с. 290):

- A — векторный потенциал электро магнитного поля;
- a — скорость звука;
- B — напряженность геомагнитного поля;
- b — возмущение геомагнитного поля;
- C — степень ионизации плазмы;
- c — скорость света в вакууме;
- E — напряженность электрического поля;
- e — заряд электрона;
- F — плотность электромагнитных сил;
- f — частота радиоволн;
- f_0F_2 — критическая частота F_2 -слоя ионосферы;
- g — ускорение свободного падения;
- H — характерный масштаб неоднородности атмосферы;
- h — высота;
- j — плотность электрического тока;
- \mathbf{j} — волновой вектор;
- L — характерный масштаб длины волны;
- l — единичный вектор вдоль внешнего магнитного поля;
- M — масса иона или нейтральной молекулы;
- m — масса электрона;
- N — плотность электронов, ионов или нейтральных молекул;
- n — показатель преломления;
- p — давление газа;
- Q — суммарная энергия, выделенная импульсным источником;
- R — коэффициент отражения волн;
- r — расстояние;
- T — характерный масштаб времени (например, период);
- t — текущее время;
- u — скорость МГД-волн;
- V — скорость ветра в ионосфере;

v_a — средняя скорость a -компоненты газа;

W — коэффициент прохождения волн;

x, y, z — пространственные координаты (ось z направлена вверх);

γ — показатель адиабаты (отношение удельных теплоемкостей газа);

δ — импульсная функция Дирака;

η — единичная функция включения;

κ — мнимая часть показателя преломления;

λ — длина волны;

ν_{ab} — частота соударений частиц сорта a с частицами сорта b ;

$$v_e \equiv v_{en} + v_{ei};$$

ρ — плотность газа;

σ — проводимость плазмы;

$\omega = 2\pi\nu$, — круговая частота волны;

$\omega_a \equiv \gamma g / 2a$ — граничная акустическая частота;

$\omega_g \equiv \sqrt{\gamma - 1}g / a$ — частота Бранта-Вяйсяля.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

МГД-волны – магнитогидродинамические волны;

АГВ – акустогравитационные волны;

ВГВ – внутренне гравитационные волны;

МГВ – магнитогравитационные волны;

ВВ – волновые возмущения;

УТ – время по Гринвичу;

LT – местное время.

Глава 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ

1.1. ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Интерес к физике ионосферы обусловлен как чисто практическими потребностями, так и стремлением понять окружающий мир. Первые в основном связаны с распространением радиоволн, с изучением влияния верхних слоев атмосферы на движение космических аппаратов, проблемой солнечно-земных связей, вопросами навигации. Что касается постоянно растущего внимания к развитию теоретических концепций физики ионосферы, то оно не в последнюю очередь связано с накоплением эмпирических знаний о свойствах ионосферы и процессах в ней. По мере появления новых данных выявляются факты, раскрывающие чрезвычайно сложную картину строения ионосферы и взаимодействия составляющих ее слоев. Если на начальных этапах изучения ионосферы внимание исследователей сосредоточивалось главным образом на построении моделей образования ионосферных слоев и изучении некоторых средних, по природе своей статических, параметров ионосферы, то в последние десятилетия начинает превалировать взгляд на ионосферу, как на систему, заметную роль в которой играют динамические процессы взаимодействия как различных слоев, так и различных областей (полярных, среднеширотных и экваториальных) ионосферы. Примерами таких процессов могут служить нейтральный ветер в *D*- и *E*-слоях, турбулентность, дрейф ионизованной компоненты плазмы, волновые процессы и т.д. Современные теории образования спорадических слоев, например, основаны на идее о перераспределении плазмы под действием неоднородных по высоте квазигоризонтальных потоков нейтрального газа.

Важное место в динамике ионосферы занимают волновые процессы. Волны в ионосфере наблюдаются в любое время суток, во все сезоны, во всех ее областях. Их спектр охватывает диапазон периодов от десятков микросекунд (ОНЧ-излучение, шипение, хоры, свисты) до десятков часов (приливные волны, смешанные Россби-гравитационные волны). Естественно, что столь широкий диапазон объясняется наличием процессов разнообразной природы, протекающих в разных областях ионосферы и наблюдающихся различными методами. Обстоятельное систематическое описание этих волн вряд ли возможно в работе разумного объема. Ниже основное внимание будет сосредоточено на волнах, характеризующихся периодами десятки минут — единицы часов и проявляющихся при

наблюдении за ионосферой радиометодами; наблюдении за свечением ночного неба, при измерении параметров ионосферной плазмы со спутников и геофизических ракет, при регистрации вариаций геомагнитного поля и т.д.

Интерес к волнам указанного диапазона — ВВ [1] обусловлен несколькими причинами. Приведем основные из них.

Возмущения ионосферных параметров, связанные с распространением ВВ, оказывают наиболее существенное влияние на распространение радиоволн КВ- и СВ-диапазонов, определяя сбой фаз, углов прихода (пеленгов) отраженной волны, характеристики многолучевого распространения радиоволн и т.д.

В процессе генерации, распространения и затухания ВВ переносят энергию и импульс, достаточные для того, чтобы играть заметную роль в балансе энергии и количества движения в атмосфере. В частности, эти волны обеспечивают заметную долю потока энергии от полярных областей в ионосферу средних широт [2].

Так как характеристики ВВ (скорости, периоды, законы дисперсии) определяются состоянием ионосферы, их значения можно использовать для диагностики ионосферной плазмы и процессов в ней.

По следующим причинам волны указанного диапазона периодов можно отнести к ВВ.

1. ВВ, характеризующиеся различными периодами из указанного диапазона, перемещаются со скоростями, разброс которых составляет 0,2—2 км/с, что отличает их, например, от микропульсаций, распространяющихся вдоль поверхности Земли со значительно большими скоростями (20 — 1000 км/с) .

2. Результаты наблюдений за ВВ современными методами свидетельствуют о локализации ВВ рассматриваемого диапазона в пределах ионосферных слоев.

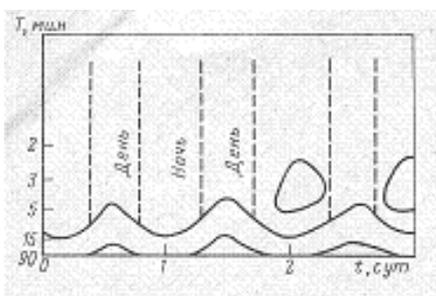
3. Генерация ВВ сопровождается достаточно интенсивные возмущения верхних слоев атмосферы и ионосферы, например полярные суббури, землетрясения, сильные взрывы и т.д. Эти волны регистрируются на расстояниях от источника порядка тысячи и десятков тысяч километров. В связи с этим ВВ можно использовать для дистанционной диагностики указанных явлений.

Согласно современным представлениям [2] ВВ имеют следующие пространственно-временные масштабы. Длины волн составляют сотни километров, иногда достигают даже нескольких тысяч километров. Периоды колебаний расположены в интервале от 10 мин до нескольких часов. Горизонтальные составляющие фазовых скоростей достигают обычно несколько сот метров в секунду (иногда несколько километров в секунду) . Определенная доля ВВ содержит нисходящую компоненту. Наблюдения показали, что в интервале

периодов 10 — 100 мин существуют круглосуточно и всесезонно более или менее непрерывные низкоамплитудные квазисинусоидальные осцилляции со скоростью распространения 100 — 200 м/с, называемые *среднемасштабными* ВВ. На их фоне выделяются резкие возмущения большой, амплитуды, имеющие два-три периода, — *крупномасштабные* ВВ. Эти ВВ, как правило, распространяются от высоких широт к низким со скоростью около 1 км/с и, по-видимому, связаны с геомагнитной активностью [3].

Среднемасштабные ВВ характеризуются анизотропией распространения, меняющейся от сезона к сезону: зимой в средних широтах ВВ распространяются к экватору, а летом к полюсу. Смена направлений распространения происходит весной и осенью. Интересные свойства среднемасштабных

Рис. 1.1. Зависимость периода ВВ от времени суток [4]



ВВ были получены при исследовании их спектральных характеристик (рис. 1.1) . Приведенные результаты свидетельствуют о существовании суточной вариации в зависимости периодов от времени. Ночью доминирующий период возмущений и амплитуда больше, чем днем. Вариация частоты имеет квазипериод, заключенный внутри относительно узкого спектрального интервала, средняя частота которого изменяется в течение суток. Вблизи полудня преобладают периоды от 5 до 15 мин, в то время как возмущения с периодами более 15 мин появляются ночью. Дальнейшие исследования [5] показали, что как в *D*-, так и в *F*-слоях ионосферы спектр $S(\nu)$ ВВ имеет линейчатый характер с доминирующими периодами 12, 24, 90 мин (рис. 1,2) . При активном воздействии на ионосферу, (например, при строительных взрывах) происходит увеличение амплитуды возмущений с периодами, соответствующими максимумам в спектре мощности фоновых возмущений. Характерной особенностью крупномасштабных ВВ является относительно высокая скорость их распространения и связь с геомагнитной активностью. Кроме того, одна из важных наблюдаемых характеристик крупномасштабных ВВ — наклон волнового фронта. Результаты, приведенные на рис. 1.3, показывают, что угол наклона волнового фронта (угол

между горизонтальным направлением распространения и нормалью к волновому фронту) убывает с увеличением высоты. В [6] проанализирована зависимость угла наклона волнового фронта ВВ от времени суток (рис. 1.4) . На графиках рис. 1.4 проведены линии, соединяющие точки одинаковой фазы возмущения на различных высотах. Видно, что до захода солнца фаза возмущения на большей высоте опережает соответствующую фазу на меньшей высоте. После захода солнца волновой фронт приближается к вертикальному, а после восхода угол наклона снова возрастает. Подробная интерпретация результатов приведена в гл. 2.

Большая часть крупномасштабных ВВ генерируется в полярных районах во время полярных суббурь. Однако существуют данные, свидетель-

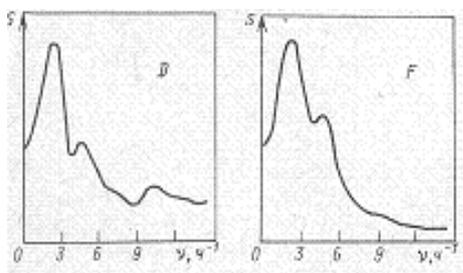


Рис.1.2. Спектры ВВ, наблюдающихся в *D*- и *F*- слоях ионосферы [5]

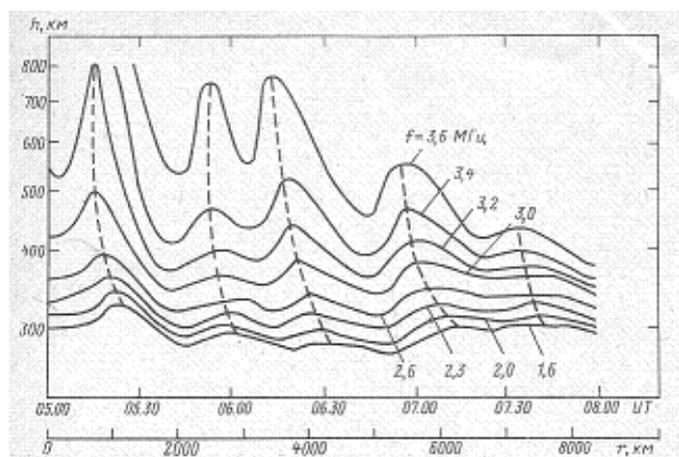


Рис. 1.3. Вариации кажущихся высот отражения для зондирующих радиоволн различных частот [3]. Шкала расстояний соответствует $v=768$ м/с

ствующие о генерации ВВ акустической волной при землетрясениях и сильных взрывах в верхних слоях атмосферы. Результаты измерений возмущения ионосферы при землетрясении на Аляске (1964 г., 28 марта, 03.36 UT) приведены в работах [7 — 9]. Регистрировались

изменения частоты отраженных радиоволн при нормальном падении на ионосферу для частот 4,5 и 10 МГц (доплеровские записи). Анализ сейсмических, ионо-

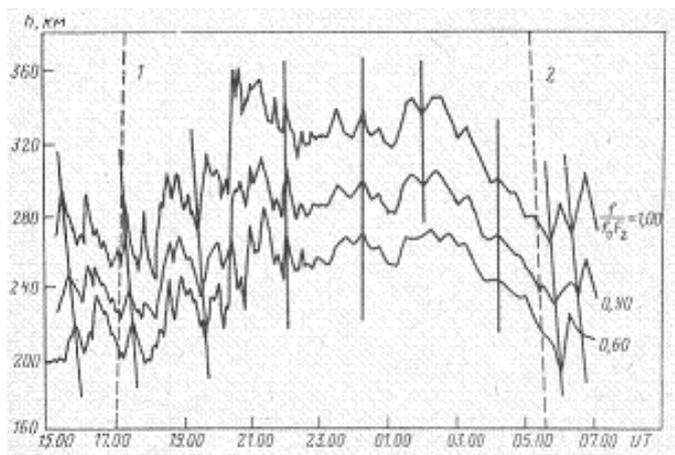


Рис. 1.4. Зависимость высоты отражения от времени [6]:

1 и 2 — терминаторы при заходе и восходе солнца;
f — частота зондирующей радиоволны

сферных и атмосферных данных во время землетрясения в Японии (1968 г., 16 мая, 00.49 UT) проведен в работе [10]. Возмущение ионосферы сейсмической волной при землетрясении на Курильских островах (1969 г., 11 августа, 21.27 UT) рассмотрено в [11].

В [12] вариации критической частоты слоев E и F_2 , зарегистрированные на мировой сети ионосферных станций вертикального зондирования, сопоставлялись моментам толчков при сильных землетрясениях. В результате статистического анализа в этой работе сделаны следующие выводы: отдельные землетрясения тесно связаны с ионосферными явлениями; существует морфологическое сходство возмущений ионосферы после различных сейсмических процессов; по данным станций вертикального зондирования вблизи от эпицентра после ряда землетрясений отмечаются резкие всплески критической частоты F_2 -слоя f_0F_2 . По данным удаленных станций при этом регистрируется серия колебаний с различными скоростями распространения (от 200 до 500 м/с) и различными периодами, в том числе и свыше 1 ч; в некоторых случаях удаленными ионосферными станциями после землетрясений были зарегистрированы лишь длиннопериодные ионосферные возмущения, а вблизи от эпицентра не отмечено никаких эффектов; в области периодов больше периода Бранта на ионосферу могут влиять лишь наиболее сильные землетрясения.

Итак, в результате сейсмических явлений наблюдается движение слоев ионосферы с двумя различными масштабами периодов: порядка единиц минут и порядка десятков минут. Распространение возмущения в замагниченной плазме (ионосфере) должно приводить к генерации токов. Магнитные поля этих токов могут регистрироваться на поверхности Земли как вариации геомагнитного поля. Экспериментальным основанием для такого утверждения служит наблюдение вариаций геомагнитного поля при сильных гидродинамических

возмущениях атмосферы, таких как взрыв Тунгусского метеорита и сильные взрывы в атмосфере.

Приведем основные экспериментальные результаты, полученные при регистрации возмущений геомагнитного поля во время взрывов.

В [13] опубликован обобщенный доклад о наблюдениях, которые проводились в Японии с целью выявления геофизических эффектов, вызванных высотными взрывами в районе Тихого океана над о-вом Джонстон 1 и 12 августа 1958 г. Представлены результаты измерения трех компонент магнитного поля: горизонтальной составляющей H , вертикальной составляющей Z и склонения D . Измерения геомагнитных возмущений при взрывах производили на пунктах наблюдения, расположенных на различных расстояниях от эпицентра. Возмущения магнитного поля, связанные со взрывами, были зарегистрированы только на ближних станциях наблюдения — Гонолулу, Апия, о-ва Пальмира, Фаннинг и Джарвис. Некоторые результаты приведены на рис. 1.5.

Как отмечалось выше, ВВ сопровождаются различными ионосферными эффектами: изменением условий распространения и отражения радиоволн, вариациями свечения ночного неба и полного электронного содержания, колебаниями геомагнитного поля и т.д.

Разнообразие проявлений свидетельствует о сложности и многообразии процессов, протекающих при распространении таких волн. Некоторое

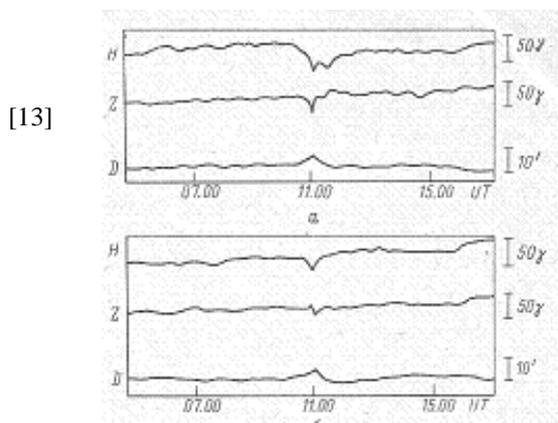


Рис. 1.5. Результаты регистрации возмущений геомагнитного поля 1 (а) и 12 (б) августа 1958 г. в Гонолулу

представление о факторах, которые необходимо учесть при изучении этих волн, может дать описание "соседних" по диапазону периодов волн. Подобное описание, кроме того, позволит выявить место рассматриваемых волн в классификационной системе ионосферных вариаций.

Со стороны больших периодов к рассматриваемому диапазону примыкают приливные вариации. Это атмосферные колебания, периоды которых равны или кратны солнечным или лунным суткам, возбуждаемые гравитационным притяжением и нагреванием атмосферы. До

недавнего времени, пока не было получено необходимых данных радиометеорных наблюдений на большом числе станций, наблюдения атмосферных приливов делились на два типа: детальные исследования малых эффектов на поверхности Земли и относительно общие сведения о магнитных и ионосферных проявлениях этих эффектов. С развитием методов наблюдения за атмосферой на средних и больших высотах сложилась достаточно полная и ясная эмпирическая картина атмосферных приливов [14]. Выявление характеристик приливов в атмосфере привело к выводу об их важной роли в метеорологии стратосферы, что, в свою очередь, стимулировало теоретические исследования.

Приливы представляют собой, пожалуй, единственный пример вынужденных колебаний атмосферы, характеристики источников которых хорошо известны. Для гравитационных приливов пространственные распределения и частоты потенциала приливообразующих сил известны достаточно точно. Для солнечных тепловых приливов частоты определены, но распределение приливообразующих сил зависит от распределения водяного пара и озона в атмосфере, и пространственную структуру источников приливов приходится задавать приближенно. Тем не менее и эти силы известны гораздо лучше, чем источники других вынужденных колебаний, например, волн Кельвина или смешанных Россби-гравитационных волн. Кроме того, приливные колебания описываются с хорошей точностью в рамках линейной теории (по крайней мере до высот около 60 км) и поэтому удобны для сопоставления предсказаний теории с данными наблюдений. Теория приливов детально обсуждена в [14]. В целом теоретические выводы хорошо согласуются с экспериментальными данными. В рамках теории объясняется быстрый рост приливных колебаний с высотой (при $h > 40$ км). Амплитуды колебаний в верхних слоях атмосферы достаточно велики для того, чтобы вихревые потоки тепла и передаваемое количество движения могли вследствие нелинейных эффектов играть существенную роль в общей циркуляции мезосферы.

Доказательства приливных движений в ионосферных слоях в основном связаны с наблюдениями суточных (солнечных и лунных) вариаций геомагнитного поля и некоторых ионосферных параметров. В вариациях геомагнитного поля наиболее заметны солнечные суточные и полусуточные колебания, обнаруженные и объясненные более 100 лет тому назад. Согласно данной интерпретации наблюдаемые геомагнитные вариации являются магнитным полем токов, генерируемых в ионосфере при приливных перемещениях плазмы в геомагнитном поле. В [15] по наблюдающимся геомагнитным вариациям были определены параметры токовой системы в рамках некоторых предположений о строении ионосферы (о распределении проводимости и частот столкновения по высоте) и выявлены основные

характеристики приливного движения нейтрального газа. В результате выяснено, что амплитуда приливных волн в ионосфере должна быть намного больше, чем у поверхности Земли; кроме того, их фазы также должны различаться.

Итак, явление атмосферных приливов в целом достаточно полно изучено экспериментально и объяснено теоретически. Для дальнейшего важно отметить, что хотя первоначально атмосферные приливы были замечены при обработке геомагнитных данных, согласно существующей теории влияние геомагнитного поля на эти движения несущественно и параметры приливов вполне удовлетворительно описываются при учете лишь упругости воздуха, стратификации атмосферы по температуре и плотности и эффектов силы Кориолиса, обусловленной вращением Земли [14]. Роль геомагнитного поля сводится к эффекту индукционного торможения приливных движений ионосферной плазмы.

Со стороны меньших периодов к рассматриваемому диапазону примыкают *геомагнитные пульсации* P₁ и P_c (согласно классификации МАГА). Периоды пульсаций лежат в диапазоне от 0,2 до 600 с.

Как и приливные вариации магнитного поля Земли, эти пульсации впервые наблюдались на обсерватории Кью близ Лондона около 100 лет назад. Однако их интенсивное излучение было начато лишь в период Международного геофизического года (1957 — 1958 гг.). Возникновение интереса к геомагнитным пульсациям вызвано несколькими причинами. Во-первых, к ним удобно применять теорию возбуждения и распространения волн в плазме. Само существование пульсаций является одним из основных косвенных доказательств существования МГД-волн в магнитосфере Земли. Во-вторых, пульсации несут информацию о параметрах магнита сферы и солнечных корпускулярных потоков. Наблюдение пульсаций - одно из средств диагностики состояния межпланетной среды и параметров магнитосферы в области генерации пульсаций и на пути их распространения к земной поверхности. Принципиальная возможность диагностик обусловлена тем, что характер генерации и распространения пульсаций существенно определяется структурой магнитосферы и параметрами процессов, происходящих внутри магнитосферы и за ее пределами. Решение обратных задач диагностики позволяет восстанавливать структуру среды или параметры физических процессов в ней по наблюдаемым пульсациям. О возрастании интереса к этому направлению исследований свидетельствует значительное увеличение в последние годы числа работ, в которых получена информация о магнитосфере по данным наблюдений за пульсациями (см., например, [16]).

Предложено три независимых принципа классификации пульсаций. Первый основан на морфологических признаках (периоды, амплитуды, периодичность и т.п.). Второй принцип, коррелятивная классификация, предусматривает классификацию геомагнитных пульсаций по связи с такими геофизическими явлениями, как магнитные бури, полярные сияния, ОНЧ-излучение и др. Третий принцип, генетическая классификация, предусматривает подразделение геомагнитных пульсаций по механизмам их генерации. Второй и третий принципы не могут служить основой для общей классификации пульсаций, поскольку их природа во многом еще не ясна, и, кроме того, не во всех случаях наблюдаемые геомагнитные пульсации сопровождаются другими геофизическими явлениями. В настоящее время общепринятым является морфологический принцип классификации, впервые в завершенном виде сформулированный в работе [17].

Согласно этому принципу классификации геомагнитные пульсации подразделяются на два класса: регулярные, или устойчивые, P_c и нерегулярные P_i. Все они характеризуются квазисинусоидальностью формы магнитограммы и устойчивостью режима. Пульсации P_i обычно представляют собой короткие цуги колебаний. Каждый из классов P_i и P_c подразделяется на подклассы в соответствии с периодами и частотами пульсаций, как показано в таблице. Амплитуда пульсаций в среднем возрастает с увеличением периода, поэтому пульсации P_c 4,5 из-за их относительно большой амплитуды называют *гигантскими* (P_g). Амплитуда P_i, как правило, несколько больше амплитуды P_c того же периода. Цуги колебаний P_i 2 и непрерывные пульсации P_c 3, 4, 5 обычно объединяют в группу *длиннопериодных* пульсаций LP в отличие от *короткопериодных* SP (P_i 1 и P_c 1,2). Пульсации SP отличаются разнообразием форм, могут наблюдаться в ограниченной области земного шара и глобально, т.е. на далеко отстоящих друг от друга обсерваториях.

Классификация микропульсаций

P _c	Интервал частот, 10 ⁻³ Гц	Интервал периодов, с	P _i	Интервал частот, 10 ⁻³ Гц	Интервал периодов, с
P _c 1	200–5000	0,2–5	P _i 1	25–1000	1–40
P _c 2	100–200	5–10	P _i 2	6,7–25	40–150
P _c 3	22,2–100	10–45			
P _c 4	6,7–22,2	45–150			
P _c 5	1,7–6,7	150–600			

В результате совершенствования техники эксперимента и накопления данных наблюдений за пульсациями появилась возможность детального исследования механизмов генерации пульсаций каждого типа. Происхождение одних пульсаций считается надежно установленным, и есть общепринятое мнение о механизмах их генерации, происхождение

других недостаточно ясно и существуют конкурирующие гипотезы о физических процессах, приводящих к их возникновению. Несомненно одно: пульсации появляются в результате взаимодействия солнечного ветра с магнитным полем Земли. Потоки солнечного ветра и земное магнитное поле формируют магнитосферу Земли, представляющую собой обширную полость, заполненную замагниченной плазмой; С подсолнечной стороны регулярное магнитное поле ограничено квазисферической поверхностью (средний радиус порядка десяти земных) . В противоположную сторону простирается магнитосферный хвост — замагниченные плазменные вихри. Основной причиной возникновения геомагнитных пульсаций почти всех видов является неустойчивость магнитосферной плазмы.

При обтекании магнитосферы стационарным солнечным ветром ламинарное течение плазмы вблизи поверхности магнитосферы турбулизуется, что приводит к возбуждению собственных колебаний магнитосферы, которые на поверхности Земли регистрируются как геомагнитные пульсации. Кроме того, солнечный ветер содержит различные неоднородности, которые модулируют амплитуду и период колебаний поверхности магнитосферы и, в свою очередь, также служат источником пульсаций. Записи микропульсаций основных типов приведены на рис. 1.6. Магнитограмма *а* — пример непрерывных пульсаций P_c , наблюдающихся длительное время без существенных вариаций характеристик, магнитограмма *б* — пример пульсаций P_i , а магнитограмма *в* — пример пульсаций P_g , наблюдающихся преимущественно в авроральной зоне. Помимо непосредственной записи вариаций магнитного поля результаты регистрации микропульсаций представляются также в виде *сонограмм* — зависимости частоты пульсаций от времени (см. ниже) . Микропульсации различных классов характеризуются различными свойствами. Перечислим их [18] .

Пульсации P_c 1 наблюдаются в следующем спектральном интервале: периоды $0,2 < T < 5$ с, частоты $2 \cdot 10^{-1} < \nu < 5$ Гц. Амплитуда колебаний

от 0,05 до 0,1 γ ($\gamma = 10^{-5}$ Э). Эти пульсации обычно возникают в спокойной магнитосфере, особенно после магнитных бурь. Они наблюдаются на всей поверхности Земли, особенно вблизи авроральных и субавроральных областей. Микропульсации появляются несколько раз в день с перерывами в несколько дней или недель. Колебания носят квазипериодический характер (рис. 1.7). Сопрограмма пульсаций P_c 1, приведенная на рис. 1.7, показывает увеличение частоты колебаний со временем. Колебания P_c 1 в горизонтальной плоскости эллиптически поляризованы. Главная ось эллипса поляризации направлена вдоль меридиана. В сопряженных точках поляризация противоположна.

Пульсации Pc 2 в спектральном интервале $5 < T < 10$ с; $0,1 < \nu < 0,2$ Гц наблюдаются в основном в дневные часы на средних широтах и, по-видимому, являются индикатором уровня магнитосферной активности. Амплитуды колебаний менее $0,5 \gamma$.

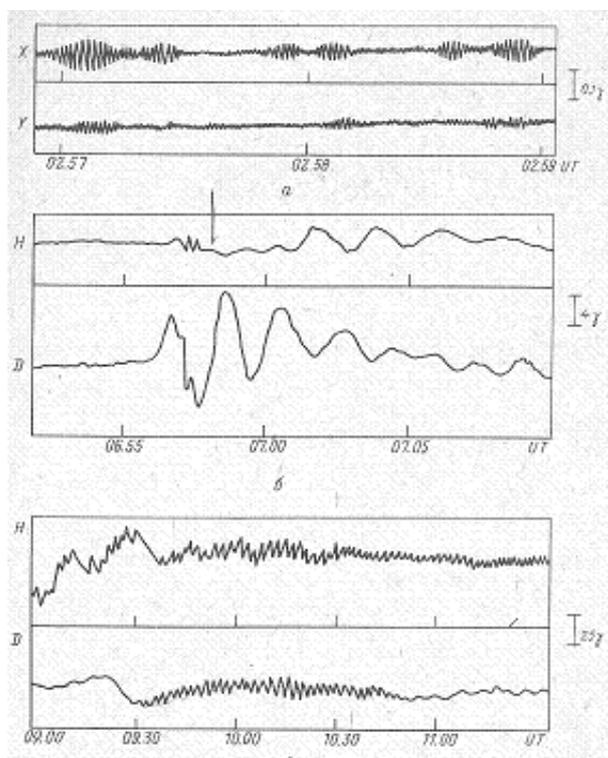


Рис. 1.6. Основные типы микропульсации [18]:

X — на север; Y — на восток; H — горизонтальная компонента; D — 'склонение

Период колебаний Pc 1, 2 изменяется в зависимости от сезона и особенно в зависимости от времени суток. Наиболее длиннопериодные колебания наблюдаются около полудня, а колебания с короткими периодами—ночью. Амплитуда колебаний имеет широтную зависимость и убывает в 2 раза с уменьшением широты на каждые 20° . Микропульсации Pc 1, 2 регистрируются на высокоширотных станциях раньше, чем на низкоширотных. Сигнал распространяется к экватору со скоростью около 900 км/с. Область наблюдения колебаний на поверхности Земли вытянута вдоль меридиана, т.е. имеет место анизотропия распространения сигнала. Распространение к экватору сопровождается ослаблением низкочастотных составляющих сигнала.

Пульсации Pc 3 наблюдаются в спектральном интервале $10 < T < 45$ с, $2,22 \cdot 10^{-2} < \nu < 0,1$ Гц в дневные часы. Их амплитуда превышает 1γ , причем в предполуденные часы на поверхности Земли значения амплитуд больше, чем в послеполуденные. Колебания наблюдаются одновременно в сопряженных точках. Вектор, поляризации вращается против часовой стрелки в северном полушарии и по часовой в южном. В послеполуденные часы поляризация меняется и становится линейной. На рис.1.8 приведены результаты измерения

зависимости среднего периода колебаний от индекса магнитосферной активности K_p . Амплитуда пульсаций максимальна в авроральных широтах.

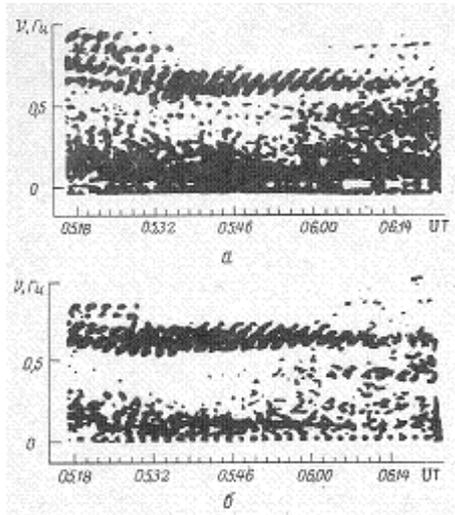


Рис. 1.7. Сонограмма пульсаций Pc 1:

а — обсерватория Борок; б — обсерватория Кергелен

Пульсации Pc 4 наблюдаются в спектральном интервале $45 < T < 150$ с, $6,7 \cdot 10^{-3} < \nu < 2,22 \cdot 10^{-2}$ Гц. Амплитуда колебаний составляет несколько, γ и имеет максимальное значение на широтах авроральной зоны. Эти пульсации наблюдаются в дневные часы и возникают, как правило, в периоды, когда магнитосфера спокойна. Пульсации Pc 4 наблюдаются в сопряженных точках на поверхности Земли, в локализованной области. Это обстоятельство иллюстрирует рис. 1.9. Направление вращения вектора поляризации в горизонтальной плоскости меняется на обратное при переходе, через область максимума возмущений, а именно: со стороны экватора по часовой стрелке, со стороны полюса — против. Направление вращения вектора поляризации изменяется в результате изменения фазы северо-южной компоненты пульсаций.

Пульсации Pc 5 наблюдаются в спектральном интервале $150 < T < 600$ с, $1,7 \cdot 10^{-3} < \nu < 6,7 \cdot 10^{-3}$ Гц. Максимумы амплитуды и вероятности появления этих пульсаций приходятся на предполуденные часы. Амплитуда колебаний изменяется от 1 до 10 γ . Из рис. 1.10 видно, что северо-южная компонента пульсаций меняет фазу, а восточно-западная нет. Направление вращения вектора поляризации в горизонтальной плоскости изменяется при переходе через область на поверхности Земли, в которой возмущения максимальны.

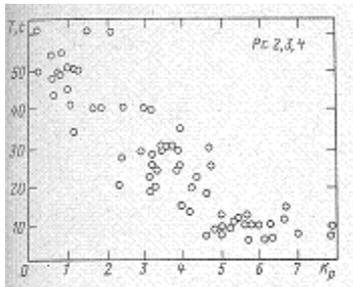
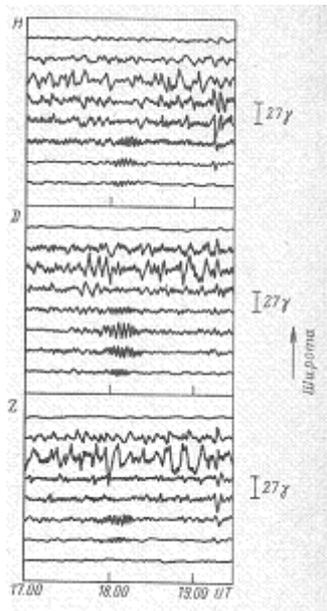


Рис. 1.8. Связь периода колебаний Pc 2, 3, 4 с магнитосферной активностью

Рис. 1.9. Зависимость амплитуды микропульсаций Pc 4 от широты

Одной из главных характеристик микропульсаций Pc 3, 4, 5 является частотно-широтная зависимость, пример которой приведен на рис. 1.11. В определенной области широт на поверхности Земли наблюдаемые частоты пульсаций не совпадают с частотами, рассчитанными на основе модели возникновения микропульсаций как собственных колебаний магнитосиловых линий. Другая характеристика пульсаций связана с существованием ограниченной по долготе области, в которой наблюдаются пульсации. Это свойство иллюстрирует рис. 1.12. Изменение зависимости волнового числа пульсаций Pc 4, 5 от частоты (рис. 1.13) позволило вычислить скорость распространения пульсаций вдоль

поверхности Земли: 15 км/с. Аналогичное значение скорости получено в работе [19]. Еще одной характерной особенностью пульсаций Pc 3, 4, 5 является изменение направления вращения вектора поляризации в горизонтальной плоскости при переходе через полуденный меридиан на поверхности Земли (рис. 1.14). В некоторых областях на поверхности Земли наблюдаются пульсации с одинаковой поляризацией (рис. 1.15).

Суммируя сказанное, следует отметить, что, несмотря на отсутствие завершенной теории геомагнитных пульсаций, в настоящее время их природу и основные свойства, по-видимому, можно считать выясненными. Это МГД-волны, распространяющиеся по ионизированной компоненте замагниченной ионосферной плазмы. Замагниченность плазмы играет ведущую роль в процессе распространения пульсаций. В то же время термо- и гидродинамические характеристики плазмы (упругость, температура и пр.), очевидно, не имеют существенного значения, так как нейтральная компонента плазмы не вовлекается в волновое движение (см. гл. 3).

Описанные выше приливные волны и геомагнитные микропульсации можно рассматривать как низко- и высокочастотный пределы модели волновых явлений, изучение которых составляет предмет последующего изложения. При разработке теории этих волн, являющихся, таким образом промежуточными между приливными колебаниями и микропульсациям следует, по-видимому, учитывать и гидродинамические характеристики плазмы (упругость, стратификацию в гравитационном поле и т.д.), и взаимодействие с геомагнитным полем. Как будет показано в гл. 3, суммарный эффект действия этих факторов — появление МГД-волн, вовлекающих в волновое движение не только ионизированную, но и нейтральную компоненту

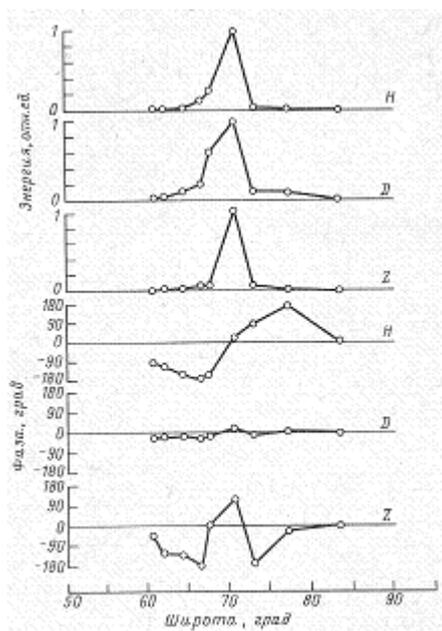


Рис. 1.10. Широтное распределение энергии и фазы пульсаций Pc 5

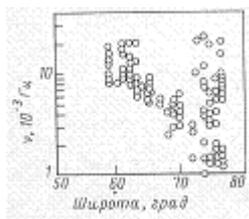


Рис. 1.11. Зависимость частоты пульсаций
Pc 3, 4, 5 от широты

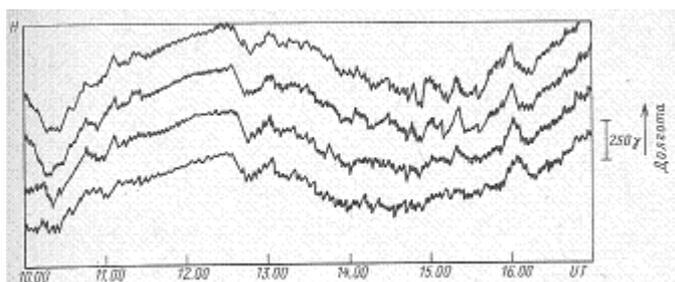


Рис. 1.12. Зависимость амплитуды пульсаций Pc от
долготы

ионосферной плазмы, что приводит к уменьшению скорости волн в \sqrt{C} раз (C — степень ионизации плазмы). В отличие от классических МГД-волн, распространяющихся в магнитосфере и проявляющихся как микропульсации геомагнитного поля, изучаемые ниже волны названы медленными МГД-волнами. При распространении медленных МГД-волн в реально стратифицированной по плотности ионосфере их свойства определяются характеристиками этой стратификации (в конечном счете гравитационным ускорением g), поэтому по аналогии с акустогравитационными волнами их можно назвать магнитогравитационными волнами. Аналогия названий отражает сходство между этими волнами. Фактически МГВ—аналог АГВ, распространяющихся в замагниченной плазме. Если при распространении АГВ роль "возвращающей силы", противодействующей отклонениям параметров газа от равновесных значений, играет давление, то для МГВ эта роль принадлежит магнитному полю, частично "вмороженному" в движущуюся плазму. Согласно этой точке зрения переход от АГВ к МГВ происходит при выполнении двух условий: во-первых, если давление магнитного поля $B^2/8\pi$ превосходит гидростатическое давление p , а во-вторых, если поле вморожено в плазму, т.е. $4\pi\sigma Tu^2/c^2 \gg 1$ (σ — проводимость плазмы; T — временной масштаб осцилляции в волне). Непосредственные оценки показывают, что первое условие выполняется в ионосфере начиная с высоты 130 км,

что касается второго, то определение области его выполнения требует предварительного рассмотрения вопроса об относительной роли проводимостей различного типа в ионосфере (подробнее см. гл. 3). Результатом такого рассмотрения является вывод о том, что условие замороженности для анализируемого круга явлений можно сформулировать в виде неравенства $\nu_{ni}T \gg 1$ (см. гл. 2), где ν_{ni} ; — частота столкновений молекул с ионами в ионосфере. Последнее неравенство в зависимости от состояния ионосферы, связанного со временем суток, солнечной активностью и т.д., для $T=60$ мин, например, выполняется при $h > 250-300$ км.

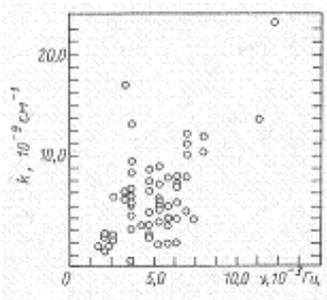


Рис. 1.13. Зависимость волнового числа k пульсаций Pc 4, 5 от частоты

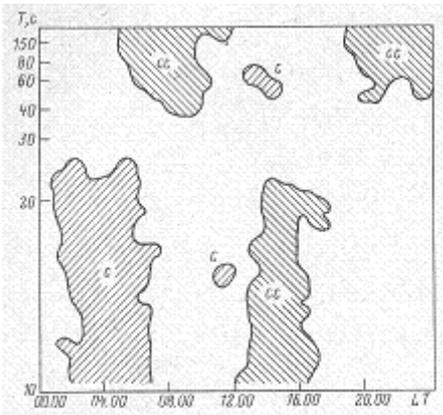


Рис. 1.14. Изменение вращения вектора поляризации при переходе через полуденный меридиан микропульсаций с $T=10-300$ с:

c — направление вращения вектора поляризации, по часовой стрелке; cc — против

Согласно сказанному АГВ получасовых и больших периодов трансформируются в МГВ на высотах нижней части F_2 -слоя ионосферы. Распределение параметра ν_{ni} ионосфере таково (см. ниже), что если период АГВ меньше 30 мин, то трансформации не происходит, хотя геомагнитное поле, действует и на такие волны (см. гл. 2).

Теоретическое изучение волн в ионосфере, характеризующихся периодом от десятков минут до единиц часов, было начато около 30 лет назад практически одновременно с

началом их наблюдений. В зарубежной литературе они известны под названием TID (traveling ionospheric disturbances).

До недавнего времени господствовали две точки зрения на природу ВВ.

Согласно гипотезе, предложенной в [20], ВВ — это ионосферное проявление АГВ, причем роль ионосферы пассивна — она служит лишь индикатором проходящих волн. Другая точка зрения: ВВ является "откликом" ионосферы на возмущения соответствующих периодов, происходящие в магнитосфере [21], при этом ионосфера выполняет функции неподвижного экрана по отношению к падающей на него электромагнитной волне. Предполагается, что поле волны затухает, проникая в экран, а сама волна диспергирует по законам скин-эффекта. По мере накопления экспериментальных данных большинство исследователей склоняется к первой точке зрения, однако уточнение данных приводит также к выводу о необходимости развития и углубления представлений о факторах, определяющих формирование и распространение гравитационных волн в верхних слоях ионосферы. Прежде всего, установлено, что наблюдаемые ВВ по своим свойствам делятся на два класса [3] — среднемасштабные ВВ, характеризующиеся периодом от 10 мин до 1 ч и скоростью распространения от 10 до 250 м/с, и крупномасштабные ВВ с периодом от получаса до единиц часов и скоростью более 1 км/с.

Различия между этими классами ВВ проявляются в частоте появления, направлении их распространения, коррелированности свойств с геомагнитной активностью и т.д. Были сделаны попытки связать крупномасштабные возмущения с волноводными модами волн, а мелкомасштабные — со свободно распространяющимися внутренними гравитационными волнами (ВГВ) [22]. Однако существует и прямо противоположная точка зрения [23], связывающая крупномасштабные ВВ со свободными волнами.

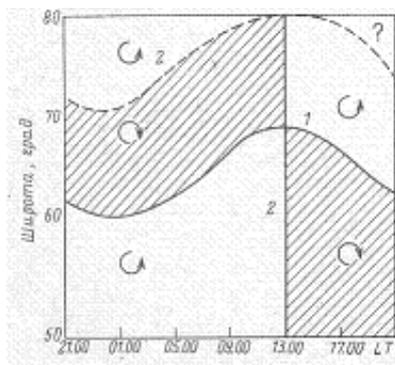


Рис. 1.15. Области на поверхности

Земли, в которых наблюдаются пульсации с одинаковой поляризацией:

1 — линия максимальной интенсивности и линейной поляризации; 2 — линии, ограничивающими области с одинаковой поляризацией

Основные трудности объяснения природы ВВ гравитационными волнами связаны с большой скоростью распространения ВВ, достигающей для крупномасштабных ВВ 1,3 км/ч [24]. Предельная скорость (захваченных волноводом или свободных) АГВ — скорость звука. Чтобы эта скорость составила 1,3 км/ч, необходимо предположить, что температура воздуха достигает примерно $2 \cdot 10^4$ К, что намного превосходит реальную температуру газа в ионосфере (10^3 К). Ряд фактов (см. подробнее — гл. 2), свидетельствует о том, что трудности объяснения природы ВВ связаны с недооценкой роли магнитного поля и МГД-эффектов в явлении распространения ВВ. Вопросы, относящиеся к кругу проблем взаимодействия волн в частично ионизованной ионосферной плазме с геомагнитным полем, разработаны существенно меньше, чем вопросы распространения волн в нейтральном газе или в полностью ионизованной магнитосфере.

Цель последующего изложения — восполнить пробел теории ВВ, связанный с недостаточным учетом роли геомагнитного поля, путем систематического анализа роли МГД-эффектов в процессе генерации и распространения ВВ.

Целесообразность такого систематического изложения обусловлена, на наш взгляд, тем, что в некоторых экспериментальных работах факты, не объясняемые в рамках теории АГВ в нейтральной атмосфере, считаются досадными неувязками, о которых лишь упоминается при описании результатов наблюдения. Для того чтобы получить сколько-нибудь полное представление об этих фактах, теоретику требуется затратить много усилий, прорабатывая статьи, основная цель авторов которых — продемонстрировать согласие их данных с существующей теорией АГВ. Экспериментаторы же, пытающиеся получить представление об альтернативных возможностях объяснения полученных ими результатов, должны затратить не меньше усилий на поиски соответствующих теоретических работ в массе тех, которые посвящены уточнению, дополнению и развитию господствующей теории,

Убедительным примером, иллюстрирующим справедливость изложенного в области изучения ВВ, может служить приведенная в [23] история изучения дисперсионных характеристик ВВ. В работах [25, 26] было обнаружено, что групповая скорость ВВ вдвое превосходит их фазовую скорость, что противоречит выводам теории АГВ [20]. В [27] на основании этих фактов и согласующихся в них оригинальных наблюдений сделан вывод о том, что дисперсионные характеристики ВВ лучше согласуются с моделью их образования гидромагнитными волнами, чем с моделью АГВ. Однако после критики этого

предположения в [28] автор работы [27] пересмотрел интерпретацию своих экспериментальных данных и сделал вывод, что они объясняются теорией АГВ [29].

Ясно, что сложившееся различие в степени разработанности вопросов распространения волн в нейтральной атмосфере и замагниченной ионосферной плазме препятствует развитию теории ВВ.

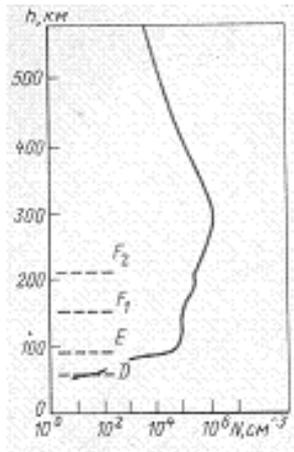


Рис. 1.16. Схематическое строение ионосферных слоев

1.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ

Электронная концентрация. В ионосфере отмечают несколько относительных максимумов ионизации, расположенных на различных высотах. Область ионосферы, характеризующуюся относительным максимумом ионизации, называют ионосферным слоем. Границы таких слоев в значительной мере условны (рис. 1.16). Самая нижняя область ионосферы — слой P — существует лишь в дневные часы. Ночью ионизация в нем быстро уменьшается из-за высокой скорости рекомбинации заряженных частиц. Так как плотность атмосферы в слое D сравнительно велика (10^{14} – 10^{16} мол./см³), подавляющее большинство электронов, образовавшихся в процессе ионизации воздуха, прилипает к электроотрицательным молекулам, поэтому в слое D плазма состоит из положительных и отрицательных ионов (плотность электронов на 2 — 4 порядка меньше плотности ионов).

Слой E (высота 100 — 140 км) более устойчив, чем слой D, хотя и его параметры испытывают заметные суточные и сезонные вариации. *Критическая частота foE* (наибольшая частота отражающихся от слоя радиоволн при вертикальном падении) днем 3 — 4 МГц (ночью 0,6–0,9 МГц) в средних широтах и достигает 4,5 МГц в приэкваториальных областях.

Ионосферная плазма в слое E (так же, как и в слое F) электрон-ионная, плотность отрицательных ионов существенно меньше плотности положительных ионов и равной ей плотности

электронов. Критическая частота слоя непосредственно связана с максимальной электронной плотностью n_m в слое соотношением $f_0 = \sqrt{e^2 n_m / \pi m}$, где e и m — заряд и масса электрона. Указанные выше значения соответствуют максимальной концентрации электронов [днем $(1 - 2) \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$, ночью $5 \cdot 10^3 - 10^4 \text{ см}^{-3}$] в средних широтах и $2,5 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ в приэкваториальных областях.

Слой F днем в летние месяцы разделяется на два слоя: F_1 и F_2 . В остальное время наблюдается только слой F_2 . Это явление связано с особенностями высотного распределения скорости рекомбинации. Свойства слоя F_1 (высота 180 — 220 км) аналогичны свойствам слоя E , высота которого варьирует в зависимости от зенитного угла Солнца. Критическая частота $f_0 F_1 \approx 4 \div 6 \text{ МГц}$, что соответствует $n_m (2 \div 4,5) \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$.

Высота слоя F_2 также подвержена суточным вариациям, но эти вариации несколько "запаздывают" относительно изменения зенитного угла Солнца и, кроме того, изменяются от сезона к сезону. Кривые суточного хода $f_0 F_2$ различны зимой и летом (рис. 1.17). Зимой зависимость $f_0 F_2(t)$ характеризуется высоким максимумом, несколько запаздывающим относительно местного полудня, и глубоким минимумом в часы перед восходом Солнца. Летняя кривая более сглажена. Высота максимума слоя F_2 днем зимой составляет 230 — 250 км, летом 350 — 400 км. Максимальная электронная концентрация в слое F_2 также меняется со временем суток. Так, типичные значения для зимы составляют около $2 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$ днем и приблизительно $2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ ночью. Плотность нейтрального газа на высоте слоя F_2 равна $10^9 - 10^{10} \text{ см}^{-3}$, поэтому степень ионизации S здесь довольно велика ($10^{-3} - 10^{-4}$).

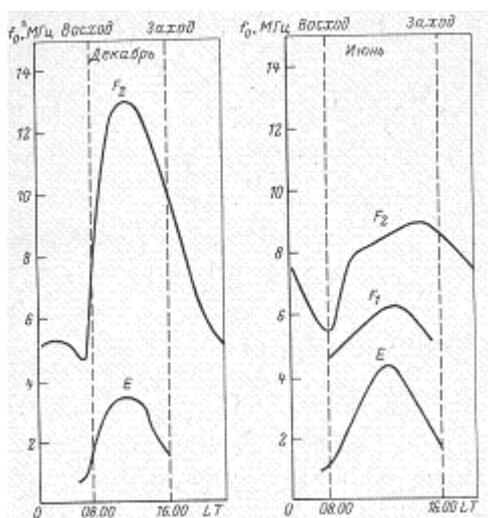


Рис.1.17.Суточный ход $f_0 F_2$, $f_0 F_1$, $f_0 E$

Электронная концентрация в слое F_2 испытывает как сезонные, так и региональные вариации. Максимумы электронной концентрации наблюдаются в периоды равноденствия (в феврале-марте и октябре — ноябре), а в периоды солнцестояния электронная концентрация минимальна (в июне — июле она меньше, чем в декабре— январе). Значение foF_2 регулярно меняется (рис. 1.18) также и с изменением геомагнитной широты, что связано, по-видимому, с заметным вкладом в ионизацию корпускулярных потоков Солнца.

Выше слоя F_2 электронная концентрация медленно убывает с высотой. Для 500, 800 и 1000 км плотность электронов составляет 10^6 , $2 \cdot 10^5$ и $5 \cdot 10^4$ см⁻³ соответственно.

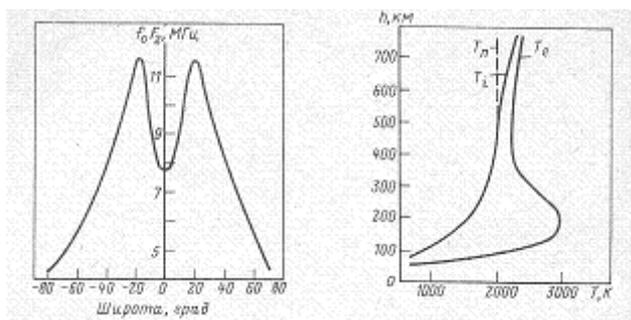


Рис. 1.18. Зависимость foF_2 от геомагнитной широты.

Рис. 1.19. Зависимость температур отдельных компонент ионосферной плазмы от высоты.

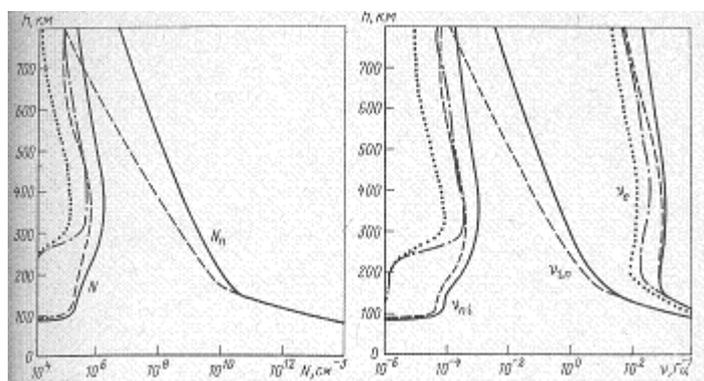


Рис. 1.20. Концентрация (а) и частота столкновений (б) в ионосфере:

сплошная кривая — день, максимум солнечной активности; пунктир — день, минимум солнечной активности; штрихпунктир — ночь, максимум солнечной активности; точки — ночь, минимум солнечной активности

Частота соударений. Важной характеристикой ионосферных процессов является частота соударений электронов и ионов с молекулами. В отличие от электронной концентрации, значение и нельзя измерить непосредственно при экспериментальном исследовании ионосферы. Частоту (суммарную) соударений электронов ν_e можно, оценить, измеряя коэффициент поглощения Γ радиоволн, отраженных от слоя, эффективная высота $h_{эф}$ (высота, определяемая по групповому

запаздыванию отраженного волнового пакета, в предположении, что его скорость на всем пути равна скорости света в вакууме c) которого связана с Γ соотношением $\Gamma = v_e h_{\text{эф}} c$. Это соотношение справедливо для частот вблизи критической, когда $h_{\text{эф}}$ значительно больше реальной высоты отражения. Измерение Γ для ряда частот вблизи f_0 позволяет по наклону кривой $\Gamma (h_{\text{эф}})$ определить v_e на высоте вблизи максимума электронной концентрации.

Таким образом, были получены значения $v_e \sim 10^7 \text{ c}^{-1}$ для D -слоя, 10^5 c^{-1} для E -слоя, 10^4 c^{-1} для F_1 -слоя и $10^3 - 10^4 \text{ c}^{-1}$ для F_2 -слоя. Последнее значение определяется столкновениями электронов с ионами, в то время как для D - и E -слоев основной вклад в v_e вносят столкновения электронов с нейтральными молекулами.

Более подробные данные о частоте соударений в ионосфере были получены вычислением ν по концентрации отдельных компонент и их температуре в ионосфере. Следует отметить, что, начиная примерно с высоты 100 км, температура электронов T_e существенно отличается от температуры ионов T_i и нейтральных молекул T_n , т.е. ионосферу нельзя считать термодинамически равновесной. Начиная с высоты около 300 км становятся существенными различия также и между T_i и T_n . Типичные зависимости температуры от высоты (день, спокойные геофизические условия), приведены на рис. 1.19.

Частоту соударений можно определять стандартным методом кинетических уравнений [30]. Например, столкновения электронов с ионами происходят с частотой

$$\nu_{ei} = \frac{3\pi^2}{32} \left(\frac{e^2}{kT} \right)^2 \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}} N_i \ln \left(0,54 \frac{kT_e}{e^2 N_i} \right),$$

а с молекулами — с частотой

$$\nu_{en} = (3\pi/8) \sigma_{en} \sqrt{8kT_e / \pi m} N_n .$$

В этих формулах k — постоянная Больцмана; σ_{en} — сечение электрон-молекулярных столкновений.

Выражение для частоты соударений ионов с молекулами аналогично приведенной выше формуле с заменой T_e величиной T_i , m — массой иона M и σ_{en} — величиной σ_{in} .

Везде ниже используется модель ионосферы, параметры которой приведены на рис. 1.20 [31]. Данные о нейтральной компоненте ионосферной плазмы определялись на основе модели CIRA (1965 г.) . В рамках указанной модели можно получить представление не только о всей атмосфере в целом, но и об отдельных ее компонентах, причем предусмотрена возможность изменений структуры и основных характеристик атмосферы в зависимости от времени суток и солнечной активности. Частоту соударений определяли по указанной выше методике.

Глава 2. ПРОЯВЛЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ДВИЖЕНИЙ В ИОНОСФЕРЕ С ГЕОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

2.1. ВАРИАЦИИ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ, СВЯЗАННЫЕ С ИОНОСФЕРНЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

В настоящее время почти очевидно, что возмущение состояния ионосферы (движение ионосферной плазмы, изменение ионизации в зоне протекания ионосферных токов и т.д.) сопровождается вариациями геомагнитного поля. Прежде всего это было выяснено при исследовании явлений в авроральной зоне, совокупность которых образует *полярную суббурю*.

Изучавшаяся вначале только как интенсивное возмущение геомагнитного поля в полярных областях, в настоящее время полярная суббуря рассматривается как взрывообразный выброс в верхние слои атмосферы (на высоких широтах) энергии, накапливающейся в магнитосфере Земли. Расширение взгляда на это явление формировалось по мере накопления экспериментальных данных, прояснявших тесную связь между развитием полярных сияний и полярными магнитными возмущениями. В настоящее время известно, что полярная суббуря проявляется в активизации различных эффектов в верхних слоях атмосферы полярных областей, таких, как всплески рентгеновского излучения и ОНЧ-радиоизлучения (шипенье и хоры), увеличение поглощения космических ради шумов КВ-диапазона и др.

Подробное описание процессов развития суббурь выходит за рамки настоящей работы, так как волновой характер переноса возмущений не представляет собой, по-видимому, основную особенность явления, тем не менее следует отметить, что для изучения различных проявлений суббурь были использованы оригинальные идеи как при постановке экспериментов, так и их интерпретации, поэтому результаты могут представить интерес и для исследования среднеширотных эффектов. В связи с этим ниже кратко изложены основные результаты наблюдения суббурь в полярных широтах (более подробные сведения можно почерпнуть из монографий [32, 33], после чего следует более подробное описание среднеширотных наблюдений, имеющих непосредственное отношение к настоящей работе, так как здесь волновой характер распространения возмущений, как правило, определяет основные особенности явления.

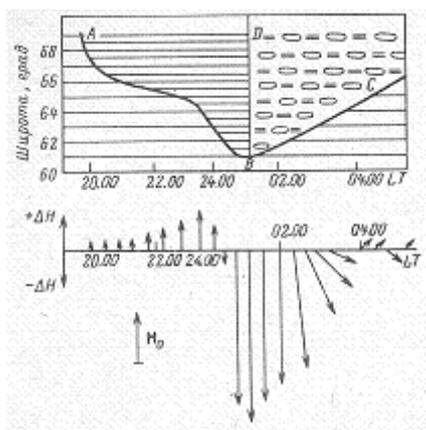


Рис. 2.1. Пример одновременного изменения формы полярного сияния и знака вариаций горизонтального магнитного поля ΔH :

ABC — сдвиг южной границы полярных сияний; BD- момент разрушения дуг полярных сияний; стрелки показывают направление геомагнитного поля [34]

Авроральная зона. По-видимому, одной из первых работ, в которой возмущения в полярных областях представлялись в их совокупности была работа [34]. Результат приведен на рис. 2.1. Буря началась в полночь по местному времени (станция Колледж, Аляска, США). За несколько минут произошло отрицательное изменение H -компоненты геомагнитного поля, связанное с деформацией дуги полярного сияния. Это изменение было интерпретировано как внезапное обращение тока в полярной электроосфере.

В последующие годы представления о деформации дуг полярных сияний и глобальных вариациях геомагнитного поля существенно условились, что, естественно сказалось и на относительно простой интерпретации, предложенной в [34]. В частности, выяснилось, что вариации геомагнитного поля существенно различны в разных секторах зоны полярных сияний. Пример одновременной записи геомагнитного поля в этой зоне приведен в [35]. Данные получены во время полярной магнитной суббури, которая началась в 18.00 UT 16 декабря 1957 г. В полуночном секторе (о-в Диксон и бухта Тикси) наблюдалась отрицательная бухта около 500 γ , наиболее интенсивная в 18.30 в UT. В раннем утреннем секторе отрицательная бухта менее интенсивна на станциях Уэлен, Колледж, Барроу, Минук (Аляска, США). В послеполуденном секторе зоны полярных сияний зарегистрирована положительная бухта около 100 γ в Рейкьявике и комбинация положительной и отрицательной бухт в Кируне (Швеция). На станции Мерчисон-Бей (Норвегия) наблюдалась интенсивная отрицательная бухта примерно 300 γ . Имело место почти 30-минутное запаздывание момента максимальной интенсивности на станции Мерчисон-Бей относительно полуденного сектора. В полуденном секторе зоны полярных сияний (например, на станции Черчилл, Канада) наблюдалась очень небольшая систематическая вариация. Однако в обсерватории Бейкер-Лейк (Канада) возмущение было подобно наблюдавшемуся на станции Мерчисон-Бей и в бухте Тикси. Эти изменения следует иметь в виду в дальнейшем, при рассмотрении связи возмущений геомагнитного поля с другими проявлениями суббури, наблюдающимися в одной точке зоны полярных сияний.

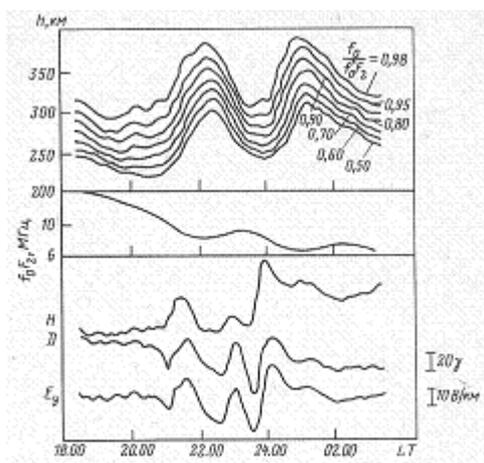


Рис. 2.2. Вариации вычисленной истинной высоты отражения, критической частоты и компонент геомагнитного поля во время суббури [36]

Хорошо известно, что распределение ионизации в ионосфере значительно искажается в период геомагнитных бурь. На рис. 2.2 приведен пример [36] ионосферных возмущений, связанных с полярной суббурей. Интенсивная буря началась в 22.30 UT, когда слой F_2 двигался вниз. Движение вверх началось через 10 мин после периода максимума развития суббури и продолжалось до конца суббури. Затем слой F_2 начал двигаться вниз.

Естественно, что такие перемещения ионосферных слоев могут вызывать атмосферные волны, которые, действительно, неоднократно наблюдались во время суббурь. Согласно [37] после внезапного начала бури высокоширотных районах генерировались горизонтально перемещающиеся возмущения, скорость которых составляла 361 м/с. Эти волны распространяются к экватору и, в частности, генерируют инфразвуковые волны с периодами 40 — 80 с, которые регистрируются на поверхности Земли [38].

Другой эффект, сопровождающий суббурю, — увеличение потока рентгеновского излучения, порожденного столкновениями энергичных электронов, вторгающихся в верхние слои атмосферы, с атомами и молекулами воздуха. На рис. 2.3 приведен классический пример одновременного резкого увеличения поглощения космического радиоизлучения, всплеска рентгеновского излучения, начала отрицательной геомагнитной бухты и всплеска микропульсаций [39]. Особенностью всплесков является смягчение спектра излучения. Если перед началом бури характерное значение энергии E_0 излучения составляет около 40 кэВ, то во время бури E_0 уменьшается до 10 кэВ в те моменты, когда магнитометр регистрирует

максимальное отклонение. Во время восстановления E_0 увеличивается и возвращается к начальному уровню к концу суббури.

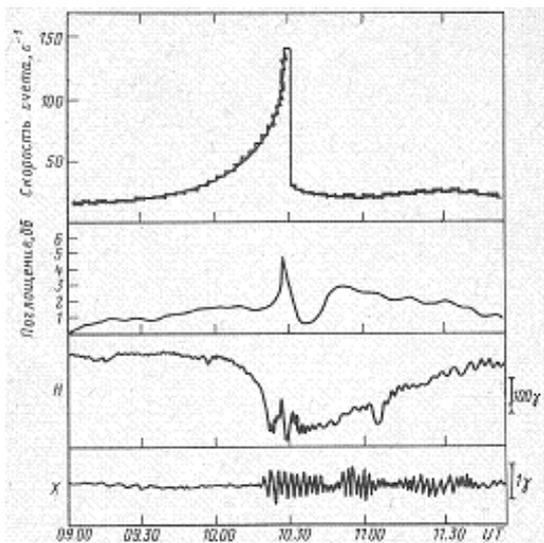


Рис.2.3. Комплексное наблюдение эффектов суббури [39].

Многие исследователи изучали связь всплесков радиоизлучения атмосферы на частотах, равных нескольким килогерцам (ОНЧ), с активностью полярных сияний [37]. Когда выяснилось, что активность сияний есть одно из проявлений суббури, всплески радиоизлучения стали сопоставлять с вариациями геомагнитного поля (рис. 2.4). На среднем фоне геомагнитной вариации, отмеченном пунктиром, видна серия положительных всплесков, каждому из которых соответствует всплеск ОНЧ-излучения. Такая связь характеризует небольшие возмущения геомагнитного поля. На рис. 2.5 представлены записи, соответствующие увеличению амплитуды возмущений. Видно, что всплеск ОНЧ-излучения существует вначале и во время положительной фазы возмущения. Во время отрицательной фазы ОНЧ-излучение может вообще пропасть.

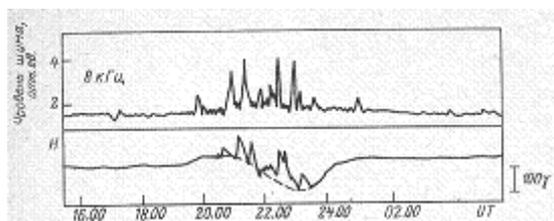


Рис. 2.4. Всплеск ОНЧ-излучения во время небольшой геомагнитной бури [40]

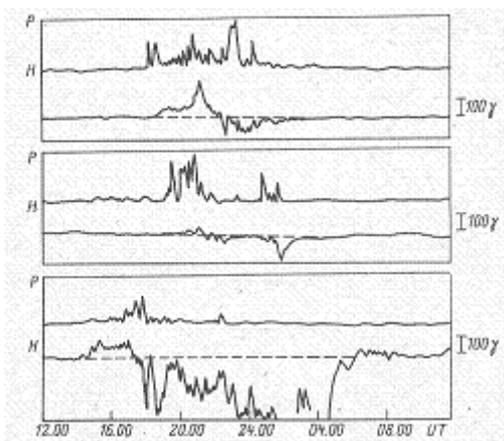


Рис. 2.5. Изменение характера связи всплесков ОНЧ-излучения с вариациями геомагнитного поля при увеличении амплитуды последних. Небольшие вариации сопровождаются всплесками ОНЧ-излучения. Сильная буря (нижний рисунок) только в начальной фазе сопровождается всплесками ОНЧ-излучения [40]

Особый интерес для исследователей представляют результаты исследования микропульсаций геомагнитного поля, сопровождающих суббури. Этот интерес обусловлен тем, что микропульсации могут наблюдаться не только в зоне полярных сияний, но и на средних широтах, т.е. они представляют собой глобальное явление.

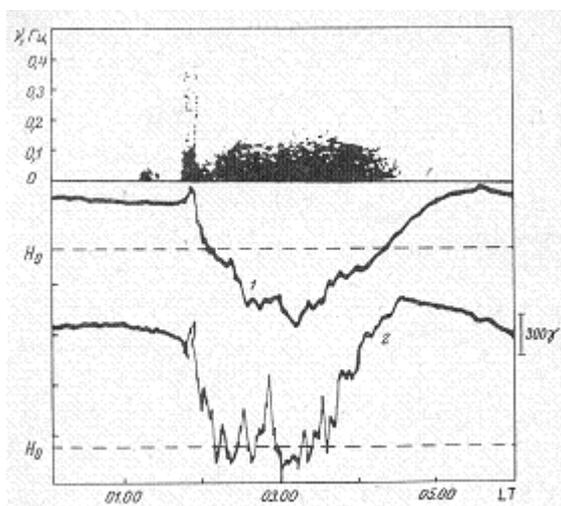


Рис. 2.6. Микропульсации, связанные с началом суббури [41]; вариации Н-компоненты зарегистрированы на станциях Ситка (1) и Колледж (2)

В момент начала отрицательной бухты или полярной суббури появляются микропульсации по меньшей мере двух типов. В самом начале бухты наблюдается короткий всплеск пульсаций поля, который длится около 15 мин (рис. 2.6). За начальным всплеском следуют непрерывные микропульсации. Верхняя огибающая динамического спектра этих пульсаций по форме близка к кривой, характеризующей изменение горизонтальной

компоненты геомагнитного поля. Во время положительной бухты регистрируются микропульсации особого типа, средняя частота которых дрейфует в сторону больших частот со скоростью 0,1 — 0,5 Гц/ч. Такие микропульсации были открыты в [42], где они названы колебаниями убывающего периода (КУП). На рис. 2.7 приведены пример динамического спектра КУП и соответствующая магнитограмма.

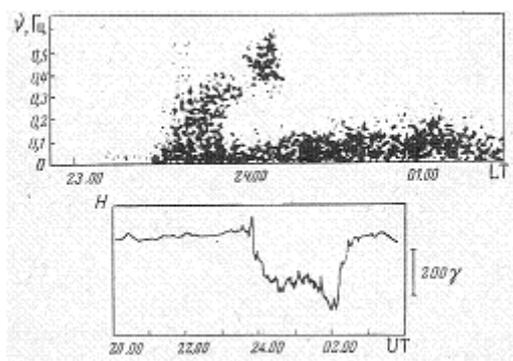


Рис. 2.7. Динамический спектр КУП, генерируемых при положительной бухте магнитного поля [43]

Приведем в заключение пример одновременной записи всплесков рентгеновского излучения, поглощения космических радиосумов, микропульсаций геомагнитного поля и горизонтальной компоненты геомагнитного поля на станциях Колледж и Ситка (Аляска, США) [44]. Сопоставление этих записей (рис. 2.8) показывает, что появление микропульсаций тесно связано с полярной суббури, проявляющейся во всплесках рентгеновского излучения, в поглощении радиоволн и отрицательных бухтах с резким началом.

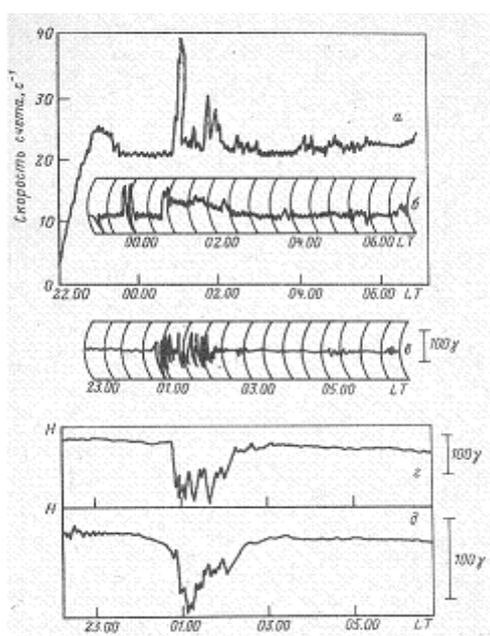


рис. 2.8. Одновременно начинающиеся всплеска рентгеновского излучения (а), поглощения космического излучения (б), микропульсаций (в) и вариаций геомагнитного поля на станциях Колледж (г) и Сетка (д) во время суббури [44]

Результаты наблюдения в средних широтах. Явления, сопровождающиеся вариациями геомагнитного поля (возможно, связанные с ними), в средних широтах не менее разнообразны, чем в авроральной зоне, но наблюдения отличаются меньшей систематичностью. Наиболее ясна связь между сравнительно быстрыми перемещениями ионосферных слоев и геомагнитными возмущениями сопоставимых временных масштабов. Изучение связи таких явлений, как вариации риометрических данных, волны, регистрируемые с помощью спектроскопической термометрии, по радиоотражениям от метеорных следов и т.д., с вариациями геомагнитного поля в настоящее время находится скорее в стадии планирования.

Корреляция между короткопериодными осцилляциями высоты отражения радиоволн фиксированной частоты и вариациями геомагнитного поля была предсказана в [45] и впервые наблюдалась в [46]. Количественное изучение явления стало возможным на основе использования доплеровского сдвига частот отраженных радиоволн для идентификации ионосферных движений.

Систематическое изучение связи геомагнитных вариаций с осцилляциями ионосферных слоев проведено, например, в [47]. Доплеровский сдвиг частоты измеряли во время вертикального зондирования ионосферы (зондирующая частота 3,75 МГц) в Линдау. Вариации геомагнитного поля регистрировались в Геофизическом институте Гёттингена. За 7 дней, в течение которых проводились измерения, наблюдали около 20 случаев внезапного нерегулярного сдвига частоты отраженной от ионосферы радиоволны, сопровождавшихся аналогичными вариациями геомагнитного поля; большинство из них относилось к нерегулярным пульсациям типа P_1 . Геомагнитная активность была относительно невелика. На основании полученных данных авторы [47] утверждают, что каждая пульсация в геомагнитном поле сопровождалась внезапным сдвигом частоты отраженных волн, хотя обратное неверно — в некоторых случаях наблюдались сдвиги частот длительностью около 1 мин, не сопровождавшиеся соответствующими вариациями геомагнитного поля. Примеры полученных в [47] результатов приведены на рис. 2.9.

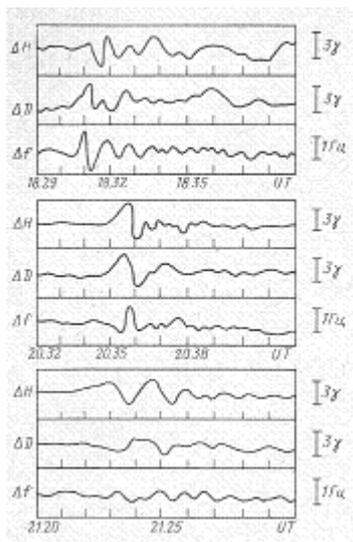


Рис. 2.9. Примеры синхронного появления геомагнитных пульсаций и изменения частоты отраженной радиоволны [47]

Более длительные исследования синхронного появления вариаций геомагнитного поля и доплеровского сдвига частоты зондирующей радиоволны предприняты в работе [48], автор которой сделал более глубокие выводы. Наблюдения ионосферы проводились в Боулдере (США), при этом использовались записи геомагнитного поля, полученные в Боулдере, Тусоне и Фредериксберге (США).

Что касается быстрых вариаций конечной длительности, то результаты [48] сходны с полученными в [47] (пример приведен на рис. 2.10), однако в [48] выяснено, что аналогичное явление имеет место и при внезапном начале геомагнитных бурь. В этом классе явлений доплеро- и магнитограммы совпадали не только по времени, но и по форме и основным особенностям вариаций.

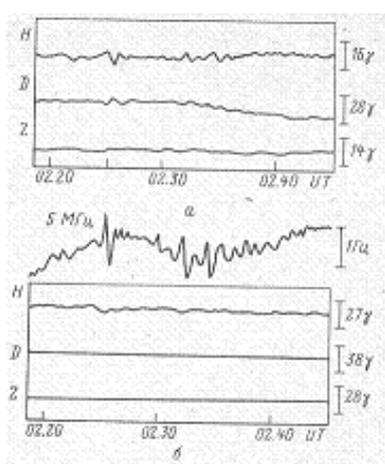


Рис. 2.10. Вариации геомагнитного поля во Фредериксберге (а) и Тусоне (б), связанные с доплеровским сдвигом частоты (посередине) [48].

Что касается более медленных вариаций доплеровского сдвига частоты, то их корреляция с геомагнитными вариациями оказалась хуже. Частично это объясняется, по-видимому, техническими трудностями выделения отдельных событий на фоне нормальных дневных вариаций. Ночью отражение радиоволн, как правило, не наблюдалось (использовались радиоволны с частотой 4 и 5, МГц при вертикальном зондировании и 10 и 15 МГц при наклонном). Иногда, впрочем, удавалось принять отраженную радиоволну, при этом сдвиг частоты содержал несколько медленных вариаций за ночь. Одновременно наблюдали геомагнитные вариации, отличающиеся по форме от вариации доплеровского сдвига. Тем не менее за время наблюдения имели место несколько случаев хорошей корреляции между вариациями доплеровского сдвига и геомагнитного поля (рис. 2.11). При чрезвычайно сильных вариациях геомагнитного поля часто наблюдались соответствующие доплеровские сдвиги. Например, во время бури 1 октября 1961 г. между 04.40 и 05.30 UT наблюдалась хорошая корреляция доплеро- и магнитограмм (рис. 2.12).

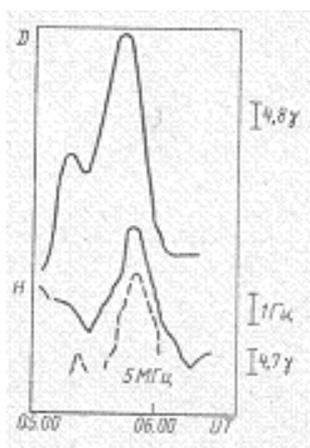


Рис. 2.11. Длиннопериодные синхронные вариации доплеро-(пунктир) и магнитограмм [48]

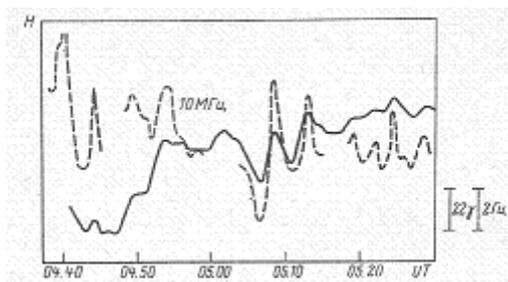


Рис. 2.12. Сильные вариации частот отражения во время геомагнитной бури [48]

Приведенные результаты позволяют сделать некоторые качественные выводы относительно локализации возмущений. Можно предположить, что в ионосфере существует слой, возмущение которого приводит к заметным вариациям геомагнитного поля (например, слой, в котором велики поперечная и холловская проводимости). Короткопериодные пульсации, как правило, по-видимому, связаны с возмущением, захватывающим этот и остальные слои ионосферы, так что вариации слоя, отражающего зондирующие радиоволны, синхронны с вариацией слоя, в котором генерируются геомагнитные пульсации. Длиннопериодные вариации, очевидно, захватывают в основном такие слои, возмущение которых не приводит к вариациям геомагнитного поля, а слой, где генерируется поле (слой генерации), возмущается при этом незначительно. Если вариации, приводящие к возмущению, велики (крупномасштабные ВВ), то даже относительно слабое возмущение слоя генерации поля оказывается достаточным для появления заметных вариаций геомагнитного поля. Такие вариации, по-видимому, имели место во время бури 1 октября 1961 г., что и привело к результатам, представленным на рис. 2.12.

В [49] проведен статистический анализ случаев наблюдения крупномасштабных ВВ. Показано, что их появление следует за внезапным началом магнитной бури. Возмущение наблюдается почти по всей поверхности Земли [23], распространяясь от полярных областей к низким широтам. Скорость распространения 800 — 1100 м/с.

В [50] методом регистрации фарадеевского вращения плоскости поляризации радиоволн от искусственного спутника Земли ATS-3 на частоте 137,35 МГц исследовалось полное число электронов в столбе единичного сечения над Бразилией. Обнаружены периодические изменения $N(t)$, которые связываются с ВВ. В дни повышенной магнитоактивности наблюдались крупномасштабные ВВ, для которых характерны периоды 3 — 3,5 ч, сильные отклонения концентрации электронов от равновесной (до 25%). В обычные дни регистрировались среднемасштабные ВВ с периодами порядка 10 мин, появлявшиеся в основном в часы, близкие к восходу и заходу солнца. Автор [50] предполагает, что эти ВВ генерируются в зоне вблизи терминатора.

Связь крупномасштабных ВВ в F -слое ионосферы с вариациями геомагнитного поля исследовали в [51]. Проводилась корреляционная обработка вариаций действующей высоты отражения от слоя F_2 ионосферы ($h'F_2$) в трех разнесенных на 67 — 86 км точках, выявившая связь $h'F_2$ с H -составляющей геомагнитного поля. Аналогичный результат был получен для f_0F_2 . По мнению автора [51], это свидетельствует в пользу предположения о том, что природа крупномасштабных ВВ не связана с ВГВ, а обусловлена существованием

токовых систем в ионосфере, возмущенных магнитосферным электрическим полем. На это же указывает запаздывание фазы и уменьшение амплитуды колебаний на меньших высотах, где плотность нейтрального газа больше. Пример записи вариаций действующих высот отражения радиоволн (с частотами от 9 до 4 МГц) приведен на рис. 2.13а, а сопоставление зависимости $h'F_2$ с записью вариаций геомагнитного поля — на рис. 2.13, б.

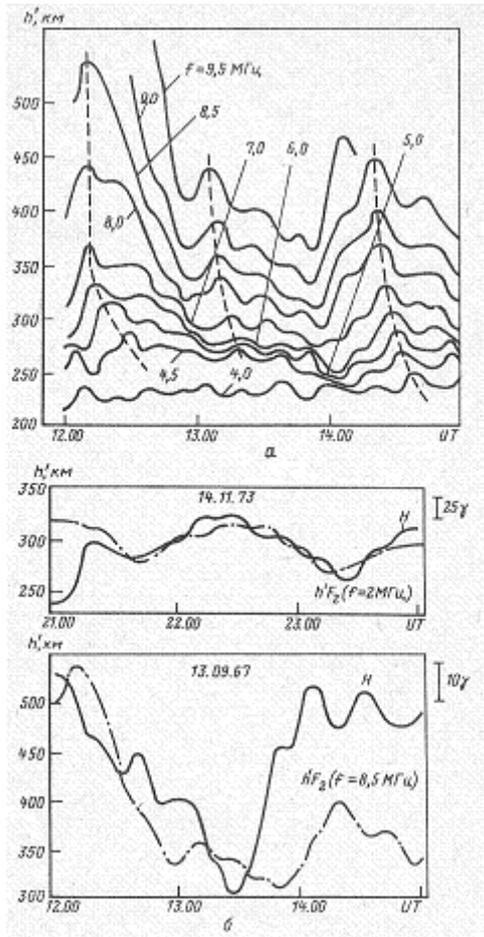


Рис. 2.13. Структура крупномасштабного ВВ в ионосфере [51] (а) и сопоставление вариаций действующей высоты отражения (для $f = 2$ и $8,5$ МГц) радиоволны с вариациями геомагнитного поля [51] (б)

Из приведенных результатов следует, что вопреки традиционным представлениям об авроральном источнике среднеширотных длиннопериодных колебаний геомагнитного поля существует класс явлений, в которых наблюдаются колебания геомагнитного поля, обусловленные динамическими процессами в среднеширотной ионосфере. Естественный шаг в развитии исследований интенсивных возмущений среднеширотной ионосферы — изучение вариаций геомагнитного поля, сопровождающих такие возмущения.

Авторы проанализировали, в частности, пространственно-временное распределение вариаций геомагнитного поля во время полярной суббури, начавшейся 12 января 1969 г. в 13.30 UT и длившейся около полутора часов. Судя по записям, полученным на полярных

станциях, интенсивные токи протекали в полуночном секторе авроральной зоны, в которой в этот момент находилась станция Уэлен. На ближайших к ней станциях (Магадан, Петропавловск-Камчатский) регистрировались подобные колебания (рис. 2.14).

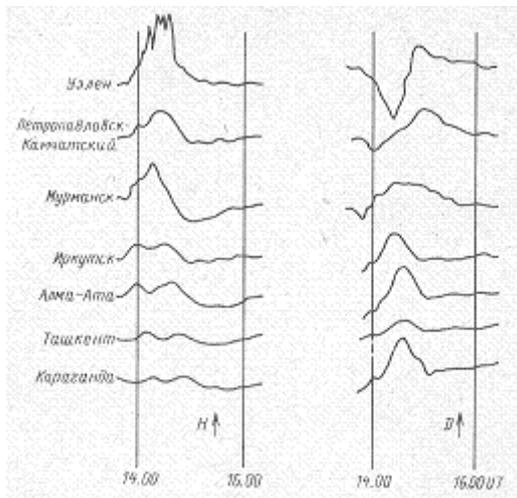


Рис. 2.14. Вариации магнитного поля во время магнитной бури

Однако на более отдаленных станциях, например в Иркутске, колебания магнитного поля приобретают несколько иной характер: так, в H -компоненте начинают проявляться осцилляции. На еще более удаленных от Уэлена станциях (например, Алма-Ата) можно заметить некоторое отставание (примерно на 10 мин) осцилляции в H -компоненте относительно Иркутска. Еще более заметны эти отставания на станциях Ташкент и Караганда. Таким образом, видно, что волна распространялась, например, от Иркутска до Ташкента поперек геомагнитного поля со скоростью 4 — 5 км/с. Аналогичные результаты дает анализ других случаев распространения геомагнитных вариаций, генерируемых при полярных суббурях, однако иногда такой анализ затруднен, если возмущающая геомагнитное поле система токов имеет большую пространственную протяженность вдоль границы авроральной зоны.

Итак, вариации геомагнитного поля сопровождают любые значительные изменения структуры ионосферы на всех широтах. Выявление природы этих вариаций может позволить извлечь дополнительную информацию о процессах в ионосфере аналогично тому, как по характеристикам микропульсаций в настоящее время проводят диагностику магнитосферы.

2.2. ВЛИЯНИЕ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ВОЛНОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ В ИОНОСФЕРЕ

Однозначно выявить влияние геомагнитного поля на волновые движения в ионосфере можно было бы, скомпенсировав это поле в достаточно больших объемах и сопоставив результаты с полученными в присутствии поля. Нереальность такой задачи требует прибегать к косвенным методам выявления искомых эффектов. В этом смысле изложенное ниже не столь очевидно, как содержание § 2.1, так как рассуждения опираются в основном не на сами факты, а на их интерпретацию. Действительно, выводы, сделанные ниже, обоснованы сопоставлением наблюдаемых характерных волн с теоретическими моделями и выявлением случаев, когда модели, в которых учтено влияние магнитного поля, лучше согласуются с экспериментальными результатами, чем модели, в которых этим влиянием пренебрегают. Ясно, что подобные результаты по сути своей не бесспорны и не могут быть окончательными. Таковыми они являются лишь на современном уровне знаний о процессах в ионосфере. Это соображение следует иметь в виду при последующем рассмотрении.

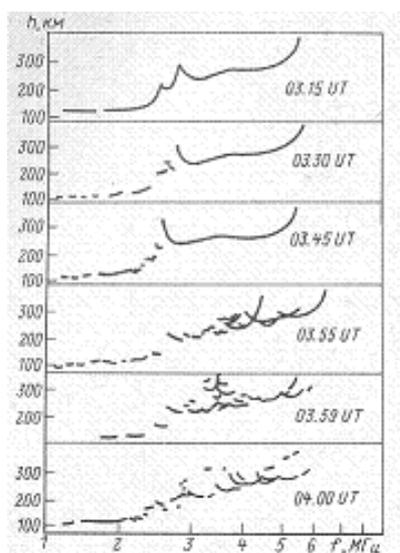
Скорость волн в ионосфере. Если установлено, что возмущение распространяется волной, скорость волны и дисперсия скорости являются важнейшими характеристиками волны. Эти наиболее устойчивые и поддающиеся интерпретации величины, как правило, слабо связаны с параметрами источника.

Скорость волн можно измерять двумя способами. Первый заключается в регистрации волны из нескольких пунктов и последующем сопоставлении результатов для определения фазового сдвига между вариациями, записанными на различных станциях. Этот способ реализован, например, в [27], где точки детектирования ионосферных возмущений были разнесены на расстояния порядка сотни километров. Сигналы обрабатывали спектральным и корреляционным анализом записей. Более современные методы обработки сигналов и подробное описание аппаратного комплекса для автоматической обработки сигналов приведены в [1].

Ясно, что для определения характеристик крупномасштабных ВВ, распространяющихся на большие расстояния, целесообразно использовать сеть станций, разнесенных на возможно большие расстояния (по крайней мере, сопоставимых с длиной волны ВВ). Результаты таких исследований представлены, например, в [52], где по данным 7 среднеширотных станций радиозондирования ионосферы выявлена картина развития ВВ, сопровождающего изолированную суббурю 15 — 16 января 1969 г. Подъем F-слоя

запаздывал относительно начала суббури на 1 ч 35 м. Длительность возмущения составляла около 3 ч, а скорость распространения возмущений превышала 2 км/с.

Другой метод определения скорости ВВ состоит в регистрации возмущения, генерируемого локализованным в пространстве и времени источником. Для этого можно использовать, например, волны, сопровождающие сильные землетрясения. Согласно результатам [7 — 10] ионосферные возмущения регистрируются на расстояниях порядка 10 км от эпицентра землетрясения. Конкретные результаты наблюдения ионосферных возмущений, сопровождавших землетрясение, происшедшее 28 марта 1964 г. в 03.36 UT в районе Анкориджа (Аляска, США), приведены в [9]. Это землетрясение инициировало большое перемещающееся ионосферное возмущение, регистрировавшееся при ионосферном зондировании различных типов, но в [9] описаны только результаты, полученные на станциях Колледж, Адак (Аляска, США), Пало-Альто (Калифорния, США) и Мауи (Гавайские о-ва). Фонограммы с двух станций на Аляске указывают на возмущение



практически всех ионосферных слоев, хотя на ближайшей к землетрясению станции Колледж это возмущение выражено меньше. Пример последовательности ионограмм приведен на рис. 2.15. Необычное увеличение критической частоты заметно на ионограмме в 03.55 UT. Одновременно сильные возмущения начали регистрировать на частотах меньших критической, они продолжались примерно 45 мин.

Рис. 2.15. Ионограммы полученные после землетрясения [9]

На более отдаленных станциях (в Калифорнии и на Гавайских о-вах) зарегистрирован необычный временной ход критической частоты F_2 -слоя (рис. 2.16). Одновременно для сравнения представлен ход f_0F_2 в течение предыдущего и последующего дней. Видно, что в 04.45 UT в Калифорнии и в 05.30 UT на Гавайских островах наблюдалось необычное возрастание f_0F_2 . Скорость распространения возмущений по данным отдаленных обсерваторий (рис. 2.17) составляет около 400 м/с. Результат, полученный на станции Адак, дает скорость примерно 2 км/с. Авторы [9], делают вывод о том, что данные отдаленных станций свидетельствуют в пользу гипотезы о связи наблюдаемых возмущений с АГВ,

генерируемой при землетрясении. Результаты регистрации на станции Адак, по их мнению, указывают на то, что волна генерируется не в эпицентре землетрясения.

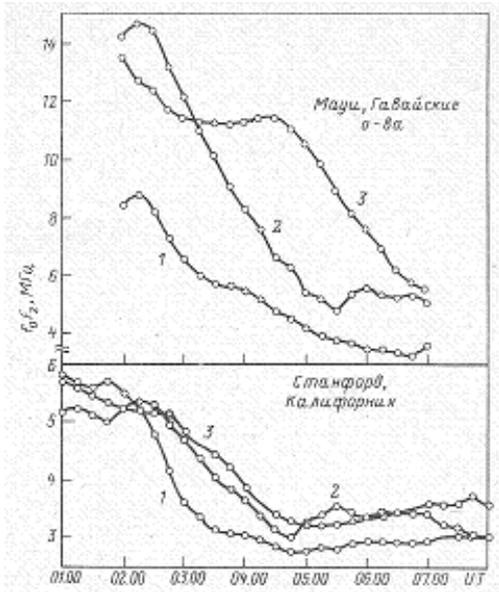


Рис. 2.16. Зависимость $f_0F_2(t)$ на различных станциях [9]:
1, 2, 3 — 27, 28, 29 марта 1964 г. соответственно

По этому поводу можно высказать следующее соображение. Сильные (до десятков сантиметров) колебания земной поверхности наблюдаются лишь в области размером 150 км вблизи эпицентра, поэтому скорость распространения волны по данным станции Адак (расстояние более 2 10~ км) вряд ли изменится, если область генерации сместить на 100 км в сторону от эпицентра.

Ионограммы, зарегистрированные на станции Адак, интересны также и тем, что на них заметно наличие возмущений в ионосфере до того, как изменилось значение f_0F_2 . Действительно, на ионограмме, относящейся к 03.45 UT, заметен сдвиг вниз нижней части слоя F (в 03.30 UT волна с частотой 2,8 МГц отражалась на высоте около 280 км, а в 03.45 UT на высоте 200 км), в то время как увеличение f_0F_2 произошло только в 04.00 UT. Данные других станций относятся только к f_0F_2 , изменения которой могут отставать от фактического прихода волны в зону станции и эффективно занижать скорость распространения волны.

В этой связи представляют интерес работы [7, 8], в которых приведены данные, полученные во время того же землетрясения на обсерватории Боулдер на расстоянии 3800 км от эпицентра. На доплерограмме [8], копия которой приведена на рис. 2.18, видно, что начало интенсивных вариаций начинается около 04.00 UT. Интервал времени 25 мин между землетрясением и реакцией ионосферы на расстоянии 3800 км соответствует скорости распространения волны 2,5 км/с.

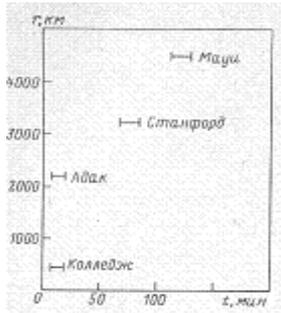
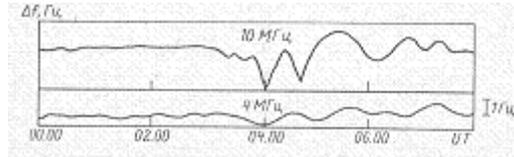


Рис.2.18.
землетрясения [8].

Рис. 2.17. Время начала возмущений в зависи-
мости от эпицентрального расстояния [9]



Доплерограмма, полученная после

Еще одна группа экспериментов по наблюдению ионосферных возмущений локализованных источников связана с регистрацией эффектов, возникающих при запуске космических кораблей. Одной из первых здесь была работа [53], в которой сообщалось о наблюдении эффектов, сопровождающих запуски ракет "Сатурн V" 11 ноября 1967 г. и 4 апреля 1968 г. (оба запуска были проведены в 12.01 UT). Наблюдения проводились с о-вов Большая Багама и Валлопс. В работе приведены ионограммы, полученные на Багамских островах при запуске 4 апреля 1968 г. Возмущения наблюдались в течение почти двух часов — с 12.08 до 14.00 UT. Отмечены быстрые изменения в ионограммах, перемежающиеся относительно спокойными промежутками. Из схемы, приведенной на рис. 2.19, следует, что траектория полета проходит на расстоянии примерно 300 км от области зондирования, что с учетом времени полета ракеты до ближайшей к области зондирования точки дает запаздывание возмущения на 5 мин и скорость его распространения около 1 км/с. Возмущения ионосферы во время этого запуска регистрировались также на о-ве Валлопс, лежащем на расстоянии около 1000 км от траектории ракеты.

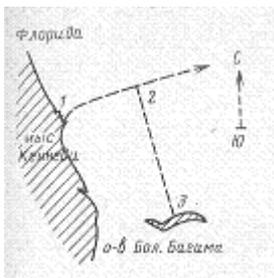


Рис. 2.19. Расположение станции наблюдения 3 относительно траектории 1, 2 полета космического корабля. Кратчайшее расстояние (отрезок 2 3) составляет около 300 км [53]

Возмущения в ионосфере, генерируемые во время запусков космических кораблей, наблюдались и на расстояниях, примерно равных 2000 км [54]. Были проанализированы данные вертикального зондирования ионосферы во время запусков кораблей "Союз-19", и "Аполлон" (работа по программе СПАС), полученные на трех ионосферных станциях. Расстояние между пунктами наблюдения и местом запуска корабля "Союз-19" составляло около 2000 км. Пункты наблюдения отличались азимутом: пункт 1 — вдоль магнитного меридиана, пункт 3 — поперек, а пункт 2 занимал некоторое промежуточное положение. Результаты записи временного хода f_0F_2 на этих пунктах приведены на рис. 2.20. сплошной линией. Пунктир — нормальный ход f_0F_2 , построенный как среднее значение за предыдущий и последующий дни. Запуск пришелся на спокойный период, поэтому общий ход ионосферных вариаций был довольно стабильным.

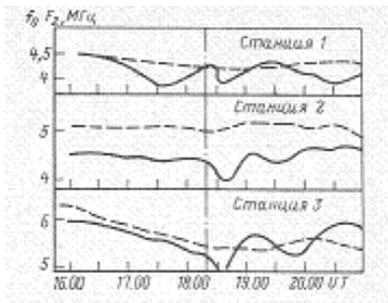


Рис. 2.20. Возмущение ионосферы после запуска корабля "Союз-19" [54]

Спустя 5 — 8 мин после запуска "Союз-19" на ионосферных станциях наблюдалось уменьшение f_0F_2 , минимальное значение сохранялось в течение 15 мин, после чего наблюдались квазипериодические затухающие осцилляции f_0F_2 с периодом около 90 мин. Аналогичные вариации (но спустя 20 — 25 мин) наблюдались после запуска корабля "Аполлон". Эти результаты свидетельствуют о глобальном характере возмущения ионосферы при запусках космических аппаратов. Определенная по записям скорость распространения возмущений достигала 2 км/с.

Скорость распространения порядка 1 км/с наблюдалась также в [55] во время зондирования ионосферы после химического взрыва (проект Fierfly).

Резюмируем изложенное. К настоящему времени накоплено значительное количество данных наблюдений, отличающихся как объектом, так и методами наблюдения и свидетельствующих о существовании крупномасштабных длиннопериодных (с характерным временным масштабом 0,5 — 2 ч) волн в ионосфере, распространяющихся на расстоянии от единиц до десятков тысяч километров со скоростью 1 — 2 км/с.

Наблюдаемую скорость перемещения волн нельзя объяснить в рамках теории АГВ, так как характерная скорость последних — скорость звука, которая на высоте ионосферы ($T=$

1200 К) не превышает 700 м/с. Детальные расчеты (см., например, [23]), учитывающие реальную стратификацию плотности газа в ионосфере и возможность захвата АГВ волноводами в верхних слоях атмосферы, приводят к тому же верхнему пределу скорости для волн часовых периодов. Скорости порядка 1 км/с более естественно объясняются, если учесть влияние геомагнитного поля на распространение волн на уровне F -слоя в ионосфере (см. гл. 3). Вот почему целесообразно подробное рассмотрение волн в ионосфере, учитывающее как стратификацию плотности газа в гравитационном поле, так и влияние геомагнитного поля на движение ионосферной плазмы. Результаты такого рассмотрения приведены в § 2.3.

Направления распространения волн. Другим эффектом, не поддающимся интерпретации в рамках теории АГВ, является асимметрия направлений среднемасштабных ВВ. Этот эффект был обнаружен [56] практически при первых достаточно длительных наблюдениях за характеристиками ВВ.

Дальнейшие исследования в южном и северном полушариях подтвердили существование выделенных направлений распространения ВВ и установили сезонные изменения этих направлений. Исследование [1] закономерностей суточного поведения ВВ показало, что наиболее устойчивое направление перемещений сохраняется в течение суток. Среднемасштабные ВВ в дневное время распространяются к экватору в зимние месяцы, а в летние наблюдается заметный разброс направлений с более или менее четко выраженным сгущением к полюсу. Поворот направлений происходит в периоды равноденствия через запад в северном полушарии и через восток в южном. На рис. 2.21 представлены данные [57] о направлениях распространения ВВ в форме временной зависимости. Сильный разброс наблюдается в периоды равноденствия — в марте и сентябре. Можно отметить существование ВВ, перемещающихся к востоку, югу, юго-западу в сентябре и к востоку в марте. В период октябрь-ноябрь движение происходит на юго-восток, в декабре — январе — на юг и юго-восток. Тенденция к изменению направления наблюдается в сентябре и марте — апреле.

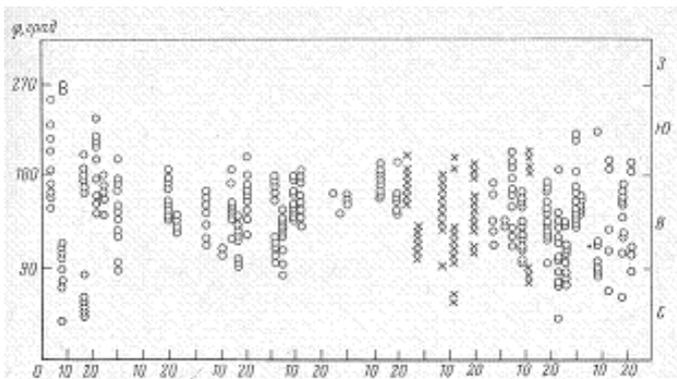


Рис. 2.21. Азимуты распространения ВВ в различные месяцы года [57]

Приведенные данные относятся к наблюдениям в средних широтах и среднемасштабным ВВ. Что касается крупномасштабных ВВ, распространяющихся на расстояния порядка 10 км, то подавляющее большинство их направлено от полюса к экватору, что объясняется генерацией их в авроральной зоне.

На существование в низких широтах асимметрии распространения ВВ, зависящей от сезона, косвенно указывают результаты [53]. На станции слежения, расположенной южнее траектории полета ракеты "Сатурн-V", отмечались возмущения ионосферы при запуске 4 апреля 1968 г. и не наблюдалось возмущений при запуске 11 ноября 1967 г. Объяснение асимметрии распространения ВВ и ее сезонных вариаций в рамках теории ВГВ встречает значительные трудности, так как, например, захват волн атмосферными волноводами происходит изотропно (во всяком случае, локально), а влияние атмосферных ветровых структур, являющееся, очевидно, анизотропным, на распространение волн ведет к так называемой направленной фильтрации в направлении ветра. Известно, однако, [58], что в верхних слоях атмосферы ветер имеет преимущественно зональное направление, в то время как необходимо выделить меридиональную асимметрию распространения ВВ.

Интерес к вопросам влияния ветровых структур в верхних слоях атмосферы на распространение ВВ не случаен, так как преимущественное направление ветра, так же как и ВВ, характеризуется сезонными вариациями. Вполне надежно эти вариации установлены для областей стратосферной и термосферной циркуляций, синоптические исследования которых позволили установить, что зимой наблюдаются в основном западные, а летом — восточные ветры. Такие вариации направления ветров характерны и в области высот 75 — 150 км, где происходит интенсивное взаимодействие нейтральной и ионизированной компонент ионосферной плазмы, что позволило выделить эту область в специальное образование — *динасферу*.

Непосредственное влияние ветра на распространение волн в ионосфере, как отмечалось выше, приводит к выделенности направлений вдоль скорости V переноса газа, в то время как необходимо получить эффект в перпендикулярном направлении. Нужный эффект, очевидно, может быть обусловлен влиянием силы Лоренца, пропорциональной $[V \times B]$ и действующей в нужном направлении. Отсюда также следует вывод о необходимости более подробного изучения влияния геомагнитного поля на возбуждение и распространение волн при наличии ветровых структур в ионосфере. Некоторые результаты, полученные в этой области, приведены в § 2.4.

Спектральные характеристики. Характерной особенностью ВВ, подробно исследованной в [5], является линейчатый спектр возмущений. Спектральный состав волн

примерно одинаков во всей ионосфере в диапазоне частот $0 — 9 \text{ ч}^{-1}$. Для больших частот наблюдается некоторое различие спектров — в нижних слоях (D -слой) имеется спектральный пик на частоте 10 ч^{-1} , в то время как в верхних слоях (F -слой и выше) этого пика не наблюдается

Как показано в [59], спектральный состав наблюдающихся вариаций геомагнитного поля весьма близок к спектральному составу ВВ.

Наблюдения проводились при регистрации доплеровского сдвига частоты $f_g(t)$ при наклонном (трасса Ташкент — Алма-Ата) и вертикальном (Алма-Ата) зондировании. Частота наклонного зондирования во всех сеансах равнялась $2,5 \text{ МГц}$, что позволило проводить исследования ВВ на высоте $75 — 80 \text{ км}$. Частота вертикального зондирования составляла 5 МГц (высота отражения радиоволн $200 — 250 \text{ км}$). Погрешность доплеровских измерений при наклонном зондировании — $0,005 \text{ Гц}$, а при вертикальном — $0,01 \text{ Гц}$. Изменения H -компоненты регистрировались на прецизионном кварцевом магнитографе с погрешностью $0,5 \gamma$ (Алма-Ата).

Для спектрального анализа выбирали записи длительностью $3 — 5 \text{ ч}$, полученные в дневное время. Перед обработкой устранялись низкочастотные вариации с периодом более 1 ч . Частота отъема данных составляла 2 мин^{-1} для данных наклонного зондирования и 1 мин^{-1} для данных вертикального зондирования и измерения H -компоненты. Длительность корреляционного окна равнялась 50 мин . Спектры мощности исследуемых величин, рассчитанные за различные дни, усреднялись.

Расчет спектров мощности прежде всего показал, что как в D - и F - слоях ионосферы, так и в вариациях H -компоненты геомагнитного поля отмечаются четко выраженные пики спектральной плотности. На рис. 2.22 представлены усредненные графики спектральной плотности для слоев D (рис. 2.22,а, усреднено 45 сеансов) и F (рис.2.22, б, усреднено 40 сеансов), а также спектр вариаций H -компоненты (рис. 2.22,в, усреднено 20 сеансов), полученный примерно в один и тот же период времени (1977—1978 гг.) . Возмущения содержат фактически одни и те же частотные составляющие. Интересно, что спектральный состав ВВ мало изменяется от сезона к сезону [1] . Аналогичная картина имеет место и для вариаций H -компоненты геомагнитного поля. На рис. 2.22,г приведен усредненный спектр мощности вариаций H -компоненты (усреднено 16 сеансов, май 1979 г) . Видно его хорошее соответствие спектру, изображенному на рис. 2.22, в.

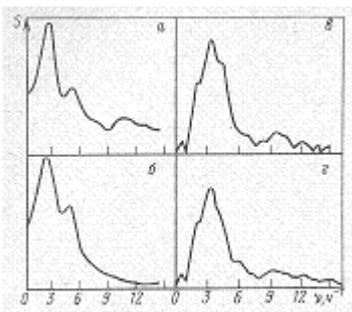


Рис. 2.22. Спектры $S(\nu)$ ВВ и вариаций геомагнитного поля (а, б — доплерограммы; в, г — магнитограммы) [59]

Таким образом, анализ фоновых флуктуаций $f_g(t)$ и $H(\gamma)$ показал хорошее совпадение спектрального состава флуктуаций электронной концентрации в ионосфере и флуктуаций амплитуды геомагнитного поля. Однако описанный экспериментальный результат не является, по-видимому, достаточным для окончательного вывода о связи рассматриваемых явлений. Убедительным подтверждением этого может служить эксперимент с мощными наземными взрывами, когда непосредственно генерируются АГВ, возмущающие электронную концентрацию в ионосфере.

В [60] рассмотрено воздействие на нижние слои ионосферы АГВ, возникающих при взрывах. Показано, что взрывы мощностью сотни тонн ТНТ приводят к увеличению амплитуды НЧ- и ВЧ-флуктуаций электронной концентрации. Кроме того, НЧ-компонента приобретает четко выраженный периодический характер. Учитывая одинаковый спектральный состав и предполагая наличие связи обсуждаемых явлений, следует ожидать, что аналогичные эффекты должны появиться и в возмущениях геомагнитного поля.

Всего в эксперименте было проанализировано: один взрыв мощностью 18 т ТНТ на расстоянии 20 км и семь взрывов мощностью больше 100 т ТНТ на расстоянии около 300 км от Алма-Аты. На рис. 2.23 представлена запись доплеровского сдвига частоты (кривая 1 — исходная запись, 2 — запись после фильтрации), полученная во время промышленного взрыва 29 апреля 1977 г.; кривая 3 — магнитограмма H -компоненты геомагнитного поля за тот же промежуток времени. Время взрыва (v) и время начала реакции ионосферы (u) на взрыв отмечены стрелками. Взрыв заряда массой около 180 т был произведен в пункте, расположенном на расстоянии примерно 250 км от Алма-Аты. Из записей $f_g(t)$ и $H(t)$ видно, что взрыв приводит к появлению четко выраженной периодической структуры колебаний (квазипериод 25 мин) и к увеличению амплитуды НЧ-компоненты по сравнению с фоновыми колебаниями. Точно так же наблюдалось, увеличение амплитуды НЧ-составляющей в остальных случаях, за исключением двух, когда взрывы были произведены на расстоянии

более 10 км от Алма-Аты. Кроме указанных особенностей, на магнитограммах присутствуют быстрые квазипериодические флуктуации $H(t)$ (период порядка нескольких минут), появляющиеся через 3 мин после реакции ионосферы на взрыв.

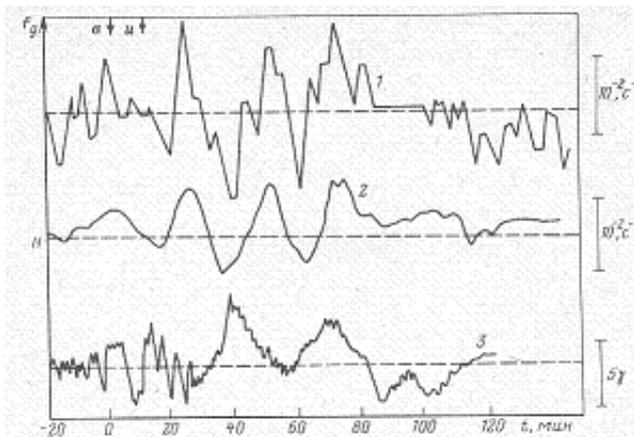


Рис. 2.23. Доплеровское смещение частоты вариации геомагнитного поля после взрыва [59], время t отсчитывается от момента взрыва

Интересно, что аналогичные вариации магнитного поля наблюдаются после достаточно крупных землетрясений на расстояниях порядка нескольких тысяч километров. Пример записи таких вариаций, полученной на станции Подкаменная Тунгуска после землетрясения 11 августа 1974 г. (эпицентр 39° с.ш., 73° в.д.; магнитуда около 7 баллов) в 01.14 UT, приведен на рис. 2.24. Квазипериодические осцилляции (период около 10 мин) поля начались в 01.32 UT, через 18 мин после землетрясения. Так как расстояние до Подкаменной Тунгуски составляет около 2800 км, соответствующая скорость волны приблизительно равна 2,6 км/с.

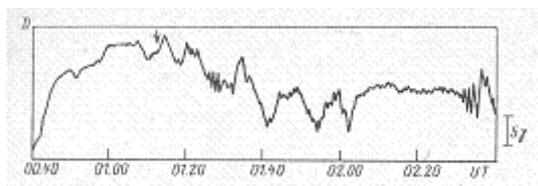


Рис. 2.24. Возмущение геомагнитного поля на станции Подкаменная Тунгуска 11 августа 1974 г. Стрелкой отмечен момент землетрясения

Резюмируя изложенное, следует отметить, что проведенное сопоставление спектров ВВ и геомагнитных вариаций свидетельствует о наличии связи между возмущениями геомагнитного поля и волновыми возмущениями электронной концентрации в ионосфере (как среднемасштабными фоновыми ВВ, так и вызванными импульсным воздействием на ионосферу).

2.3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДЛИННОПЕРИОДНЫХ ВОЛН В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

Основные уравнения. Влияние геомагнитного поля \mathbf{B} на движение ионосферной плазмы обусловлено входящей в уравнение Навье — Стокса электромагнитной силой, плотность \mathbf{F} которой связана с плотностью тока \mathbf{j} соотношением

$$\mathbf{F} = c^{-1}(\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \quad (2.1)$$

Так как генерация тока обусловлена движением проводящей ионосферной плазмы в геомагнитном поле, \mathbf{j} следует выразить через скорость \mathbf{v} такого движения. Это делают с помощью закона Ома, который для ионосферной плазмы имеет вид [61 — 62]:

$$v_e \mathbf{j} - \frac{\omega_e}{B} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in} B^2} (\mathbf{B} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B})) = \frac{e^2 N}{m} \mathbf{E}', \quad (2.2)$$

где \mathbf{E}' — сумма электрического поля \mathbf{E} и динамо-поля $c^{-1}(\mathbf{j} \times \mathbf{B})$:

$$\mathbf{E}' \equiv \mathbf{E} + c^{-1}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.3)$$

Существенно, что коэффициенты перед \mathbf{j} в левой части уравнения (2.2) по-разному зависят от высоты h в ионосфере. Так, частота соударений электронов v_e уменьшается от 10^{10} при $h = 60 \div 70$ км до 10^3 при $h > 150$ км. Гирочастоты электронов $\omega_e \sim 10^6$ с⁻¹ и ионов $\omega_i \sim 10^2$ с⁻¹ практически не меняются в ионосфере, а значение v_{in}^{-1} (v_{in} частота соударений ионов с молекулами) растет с высотой от 10^{-8} с⁻¹ при $h < 100$ км почти до 10^{-3} с⁻¹ при $h \approx 150$ км. Конкретные зависимости этих коэффициентов от высоты приведены на рис.2.25.

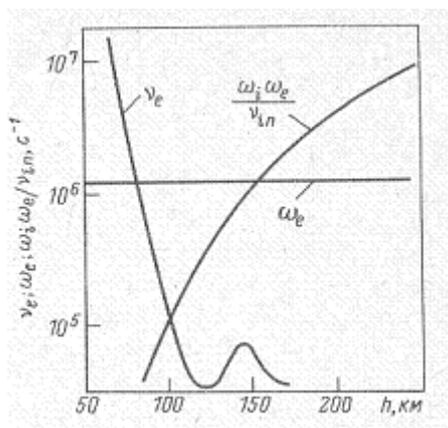


Рис. 2.25. Зависимость коэффициентов в законе Ома от высоты

Видно, что в ионосфере можно выделить различные области, для каждой из которых сумму в левой части закона Ома (2.2) можно представить одним из слагаемых. Так, при $h < 80$ км закон Ома записывается следующим образом:

$$v_e \mathbf{j} \approx (e^2 N / m) \mathbf{E}'.$$

На больших высотах, наоборот, первое слагаемое в (2.2) можно не учитывать. В интервале высот $80 < h < 150$ км закон Ома имеет вид:

$$-(\omega_e / B)(\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \approx (e^2 N / m) \mathbf{E}'.$$

Эта область в [88] названа динасферой, что подчеркивает важность взаимодействия в ней нейтральных и заряженных компонент плазмы. На высотах $h > 150$ км основную роль в (2.2) играет последний член, так что в этой области

$$(\omega_e \omega_i / v_{in} B^2)(\mathbf{B} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B})) \approx (e^2 N / m) \mathbf{E}'.$$

При рассмотрении влияния геомагнитного поля на движения в ионосфере практически всегда допустимо ограничиться областью высот $h > 80$ км, поэтому закон Ома (2.2) можно переписать непосредственно для силы \mathbf{F} :

$$(\omega_i / v_{in})(\mathbf{B} \times \mathbf{F}) - B\mathbf{F} = eN B \mathbf{E}' \quad (2.4)$$

Поскольку $\mathbf{F} \perp \mathbf{B}$, из (2.4) следует $\mathbf{E}' \perp \mathbf{B}$, а с учетом определения (2.3) можно утверждать, что электрическое поле, генерируемое при движении плазмы в ионосфере, ортогонально геомагнитному, т.е. $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$. Целесообразно поэтому ввести новый вектор \mathbf{w} такой, что ($\mathbf{1}$ — единичный вектор в направлении \mathbf{B}) $\mathbf{E} = B(\mathbf{w} \times \mathbf{1})c$. При этом из (2.3) следует:

$$\mathbf{E} = (B/c)((\mathbf{v} + \mathbf{w}) \times \mathbf{1}). \quad (2.5)$$

Решая (2.3) относительно \mathbf{F} , с учетом (2.4) получаем:

$$\mathbf{F} = -MN_0 \omega_i v_{in} \frac{v_{in}[(\mathbf{v} + \mathbf{w}) \times \mathbf{1}] + \omega_i (\mathbf{v} + \mathbf{w})_{\perp}}{v_{in}^2 + \omega_i^2}, \quad (2.6)$$

где введено обозначение $\mathbf{v}_{\perp} \equiv \mathbf{v} - \mathbf{1}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{1})$ (аналогичное обозначение использовано для \mathbf{w}); MN_0 — невозмущенная плотность плазмы. Соотношение (2.6) эквивалентно закону Ома (2.2) (для рассматриваемых высот), поэтому оно сохраняет свойства исходного закона, в частности — пространственно-временную локальность связи между входящими в него величинами.

Коэффициенты перед членами $MN_{n0}(\mathbf{v}_{\perp} + \mathbf{w}_{\perp})$ и $MN_{n0}[(\mathbf{v}_{\perp} + \mathbf{w}_{\perp}) \times \mathbf{1}]$ в выражении (2.6) имеют размерность частоты и играют роль обратного масштаба времени, характеризующего влияние геомагнитного поля. Высотные зависимости этих коэффициентов приведены на рис. 2.26.

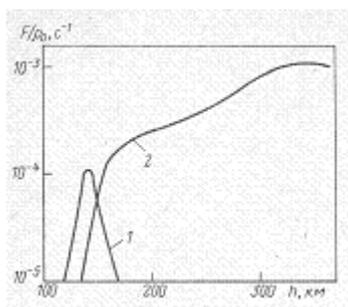


Рис. 2.26. Продольная (1) и поперечная (2) (по отношению к скорости) составляющие силы \mathbf{F}

Видно, что учет влияния геомагнитного поля на движение плазмы в динасфере необходим, если рассматриваются движения с периодом порядка десятков часов и более. Если ограничиться (что и будет сделано в этом параграфе) периодами не более единиц часов, то влияние геомагнитного поля проявляется только при распространении волн на высотах $h \leq 250$ км. В этой области выражение (2.6) упрощается (так как $\omega_i / v_{in} \gg 1$) и имеет вид:

$$\mathbf{F} = -MN_{n0} v_{in} (\mathbf{v}_{\perp} + \mathbf{w}_{\perp}) \quad (2.7)$$

Зависимость v_{in} от высоты приведена на рис. 1.20, б.

Рассмотрим вопрос о связи электрического поля (или, что то же самое, вектора \mathbf{w}) с параметрами движения. Эта связь следует из определений (2.1) и (2.3) и уравнений Максвелла

$$\mathbf{j} = (c/4\pi)(\nabla \times \mathbf{b}); -(1/c)\partial\mathbf{b}/\partial t = (\nabla \times \mathbf{E}) \quad (2.8)$$

где \mathbf{b} — возмущение геомагнитного поля.

Исключая из (2.1), (2.3) и (2.8) \mathbf{b} , \mathbf{E} и \mathbf{j} , получаем:

$$4\pi\partial\mathbf{F}/\partial t = \left(\mathbf{B} \times \left(\nabla \times \left(\nabla \times (\mathbf{w} \times \mathbf{B})\right)\right)\right) \quad (2.9)$$

В зависимости от постановки задачи произведение в правой части (2.9) можно записывать по-разному. Например, если ограничиться случаем поперечного геомагнитному полю распространения волн, вместо (2.9) целесообразно использовать эквивалентное равенство

$$4\pi\partial\mathbf{F}/\partial t = -\mathbf{B}^2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) + (\mathbf{B} \cdot \nabla)(\nabla(\mathbf{B} \cdot \mathbf{w}) + \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{w})) - (\mathbf{B} \cdot \nabla)^2 \mathbf{w} \quad (2.10)$$

При поперечном распространении волн от координаты вдоль \mathbf{B} ничего не зависит, поэтому $(\mathbf{B} \cdot \nabla) = 0$. Следовательно, вместо (2.10) имеем более простое уравнение:

$$4\pi\partial\mathbf{F}/\partial t = -\mathbf{B}^2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) \quad (2.11)$$

Кроме того, следует учитывать, что при поперечном распространении $v_{\perp} = \mathbf{v}$ и $w_{\perp} = \mathbf{w}$. При использовании соотношений (2.7) и (2.11) для установления связи между \mathbf{v} и \mathbf{w} становятся очевидными нелокальность и неодновременность этой связи, что по сути дела и обуславливает появление волн.

Так, если все силы, кроме \mathbf{F} , малы, то подстановка (2.7) в уравнение Навье — Стокса

$$MN_{n0}\partial\mathbf{v}/\partial t = \mathbf{F}$$

и использование соотношения (2.11) приводят к уравнению, имеющему волновой характер. Действительно, рассматривая случай, когда величины \mathbf{v} , \mathbf{w} и \mathbf{F} изменяются по закону $\exp(-i\omega t)$, получаем, например, для \mathbf{w} уравнение

$$u^2 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) = v_{ni} \omega^2 \mathbf{w} / (i\omega - v_{ni}) \quad (2.12)$$

Здесь $u \equiv \mathbf{B}(4\pi MN_{n0})^{-1/2}$ - альвеновская скорость. Для очень низких частот ($\omega \ll v_{ni}$) в правой части уравнения (2.12) стоит член $\omega^2 \mathbf{w}$, т.е. (2.12) имеет стандартный вид волнового уравнения. При произвольных частотах уравнение (2.12) описывает распространение со скоростью u и волн с затухающей амплитудой. Учет неоднородности среды, т.е. зависимости от координат величин u и v_{ni} , может существенно осложнить решение, но не меняет принципиально его свойств.

Возможность существования (при $\omega \ll v_{ni}$) незатухающих волн является общим свойством волн, связанных с влиянием геомагнитного поля на движения ионосферной плазмы. Рассмотрим следующее из (2.7) и (2.11) уравнение

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) + (i\omega v_{ni} / u^2) \mathbf{w} = -(i\omega v_{ni} / u^2) \mathbf{v} \quad (2.13)$$

Если здесь рассматривать \mathbf{v} как известную функцию, то (2.13) является неоднородным уравнением параболического типа, описывающим в электродинамике диффузию полей внутри проводника, скин-эффект и т.п. Длина скинирования волны, описываемой уравнением (2.13),

$$L \approx u(v_{ni} \omega)^{-1/2}$$

Величина L значительно меньше длины волны $\lambda = u/\omega$, если $\omega \ll v_{ni}$. Последнее обстоятельство можно трактовать как полное скинирование источника поля \mathbf{w} . Это, в частности, означает, что источник создает только локальные возмущения поля, и при их определении из уравнения (2.13) в нем можно пренебречь членами с пространственными производными от \mathbf{w} , т.е. полагать $\mathbf{w} = -\mathbf{v}$. При этом, очевидно, для определения \mathbf{F} уравнение (2.7) становится непригодным — из него следует только, что суммарная сила значительно меньше, чем составляющие ее слагаемые. Тогда следует положить:

$$4\pi i \omega \mathbf{F} = -B \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (2.14)$$

Выражение силы \mathbf{F} через скорость газа \mathbf{v} можно использовать непосредственно в уравнении Навье — Стокса. При этом, однако, следует учитывать, что такое упрощение задачи ведет к потере эффектов диссипации, т.е. идеализации, оправданной лишь для частот, меньших ν_{ni} .

Рассмотрим вопрос о влиянии геомагнитного поля на распространение АГВ. Так как такое влияние существенно лишь для частот $\omega \leq \nu_{ni}$, т.е. при $\omega \leq 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, ясно, что рассматривать следует только ВГВ. При выводе уравнений для ВГВ, являющихся ветвью АГВ, будем использовать схему, предложенную в [2], а именно запишем уравнение Навье — Стокса в виде

$$-i \omega \rho_0 \mathbf{v} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F} \quad (2.15)$$

При установлении связи между p , ρ и \mathbf{v} , следуя [2], будем полагать, что для рассматриваемых частот газ ведет себя как несжимаемый, так что в уравнении непрерывности для ρ , например,

$$-i \omega \rho = -\rho_0 (\nabla \cdot \mathbf{v}) - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho_0 \quad (2.16)$$

можно пренебречь членом $\rho_0 (\nabla \cdot \mathbf{v})$. Если временно положить $\mathbf{F} = 0$, то уравнений (2.15) и (2.16) совместно с условием

$$(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (2.17)$$

достаточно для вывода уравнений ВГВ, так как, выражая \mathbf{v} через p , из (2.15) и (2.16) получаем:

$$\mathbf{v} = (1/i \omega \rho_0) \left\{ \nabla p - \mathbf{g} (\mathbf{g} \cdot \nabla) p / g^2 \left[1 - (\omega / \omega_g)^2 \right] \right\}.$$

При этом давление определяется условием, чтобы его изменение обеспечивало выполнение (2.17). Это требование приводит к уравнению ВГВ

$$\omega^2 [\Delta p - (\mathbf{g} \cdot \nabla) p / gH] - \omega_g^2 [\Delta p - (\mathbf{g} \cdot \nabla)^2 p / g^2] = 0 \quad (2.18)$$

Когда основную роль играет сила Лоренца, использованную схему следует несколько изменить. Запишем в этом случае уравнение Навье — Стокса в виде

$$-i\omega MN_{n0} \mathbf{v} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + (B^2 / 4\pi i \omega) \Delta \eta, \quad (2.19)$$

где для \mathbf{F} использовано выражение (2.11) и η — дивергенция вектора \mathbf{w} . Вариации давления определяются уравнением, аналогичным (2.16), в котором, как и выше, пренебрегается слагаемым с дивергенцией скорости.

При этом:

$$\rho \approx \frac{\rho_0}{i\omega_g H} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}); p = \frac{\rho_0}{i\omega} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}); \rho_0 \equiv MN_{n0}. \quad (2.20)$$

Подстановка (2.20) в (2.19) дает:

$$\omega^2 \mathbf{v} + \nabla (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}) + u^2 \Delta \eta = 0. \quad (2.21)$$

Прежде чем проводить дальнейшие преобразования; следует отметить, что уравнение (2.21) описывает волны, которые по аналогии с АГВ можно определить как МГВ. В самом деле, факт их распространения обусловлен силой упругости, связанной с влиянием геомагнитного поля на движение плазмы в ионосфере, а наличие члена $\nabla (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g})$ отражает вклад гравитационной стратификации плотности ионосферы в движение и так же, как при распространении АГВ, приводит к экспоненциальному росту с высотой амплитуды волны.

Запишем уравнение (2.21) в координатах. Будем считать геомагнитное поле горизонтальным, а изменения \mathbf{v} вдоль перпендикулярной полю горизонтальной компоненты x заданными в виде $\exp(ikx)$. Для величины $\psi = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g})$ из (2.21) получим:

$$[\omega^2 + (\mathbf{g} \cdot \nabla)] \psi + u^2 (\mathbf{g} \cdot \nabla) \eta = 0. \quad (2.22)$$

Отсюда с учетом (2.17) следует, что

$$\Delta\psi + (\nabla \cdot u^2 \nabla \eta) = 0. \quad (2.23)$$

Исключая из (2.22) и (2.23), например, величину η , для ψ получаем уравнение [предполагается, что $u \sim \exp(z/2H)$]

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} - \frac{1}{H} \frac{d\psi}{dz} + k^2 \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right) \psi = 0, \quad (2.24)$$

где $\omega_0^2 = g/H$.

Для представляющих интерес частот $\omega \leq 10^{-3}$ с⁻¹ отношение ω_0^2/ω^2 не меньше 10^3 , поэтому в коэффициенте перед ψ в уравнении (2.24) можно пренебречь единицей, так что окончательно получим:

$$d^2\psi/dz^2 - (1/H)d\psi/dz + (\omega_0 k/\omega)^2 \psi = 0. \quad (2.25)$$

Так как в изотермической атмосфере коэффициенты в уравнении (2.25) постоянны, его решение имеет вид:

$$\psi \sim \exp\left\{(z/2H) \left[1 \pm \sqrt{1 - (2Hk\omega_0/\omega)^2} \right]\right\},$$

при этом знак плюс перед корнем соответствует волне, распространяющейся вниз, а знак минус — волне, распространяющейся вверх.

Характеристики импульса МГВ. Так как реальные источники как естественной, так и искусственной природы имеют импульсный характер, представляет интерес определить "отклик" ионосферы на импульсное воздействие, т.е. импульсную функцию уравнения (2.25). Согласно изложенному выше вертикальная компонента скорости газа \mathbf{v}_z в волне, распространяющейся от поверхности Земли, имеет вид (c — постоянная интегрирования):

$$\mathbf{v}_z(k, \omega, z) = c(k, \omega) \exp\left\{(z/2H) \left[1 - \sqrt{1 - (2Hk\omega_0/\omega)^2} \right]\right\}. \quad (2.26)$$

Обратное фурье-преобразование (2.26) приводит к пространственно-временному распределению скорости:

$$v_z(x, z, t) = \frac{\exp(z/2H)}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp(-i\omega t) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dk c(k, \omega) \exp\left[ikx - \frac{z}{2H} \sqrt{1 - (2Hk\omega_0/\omega)^2}\right].$$

Будем искать решение, удовлетворяющее граничному условию

$$v_z(x=0, z, t) = A\delta(z-z_0)\delta(t),$$

где A — масштаб начального возмущения; $\delta(y)$ — импульсная функция Дирака. Для определения $c(k, \omega)$ имеем интегральное уравнение

$$A\delta(z-z_0) = \frac{\exp(z/2H)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk c(k, \omega) \exp\left[-\frac{z}{2H} \sqrt{1 - \left(\frac{2Hk\omega_0}{\omega}\right)^2}\right]. \quad (2.27)$$

Его решение целесообразно искать в плоскости S , конформно преобразованной из плоскости k с помощью соотношения $S = \sqrt{1 - (2Hk\omega_0/\omega)^2}$. Уравнение (2.27) при этом будет иметь вид:

$$A\delta(z-z_0) = -\frac{\omega \exp(z/2H)}{4\pi\omega_0 H} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{SdS}{\sqrt{1-S^2}} c \exp\left(-\frac{zS}{2H}\right).$$

Решение последнего уравнения (преобразованием Меллина) имеет вид:

$$c(k, \omega) = 4igAk \exp[z_0(S-1)/2H] / \omega^2 \sqrt{1 - (2Hk\omega_0/\omega)^2}.$$

Следовательно,

$$v_z(x, z, t) = i \frac{Ag}{\pi^2} \exp \xi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^2} \exp(-i\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} dk k \times \\ \times \exp(ikx) \frac{\exp\left[\xi \sqrt{1 - (2Hk\omega_0/\omega)^2}\right]}{\sqrt{1 - (2Hk\omega_0/\omega)^2}}, \quad (2.28)$$

где $\xi \equiv (z - z_0) / H$

Рассмотрим интеграл

$$I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dk k \frac{\exp\left(ikx + \xi \sqrt{1 - (2Hk\omega_0 / \omega)^2}\right)}{\sqrt{1 - (2Hk\omega_0 / \omega)^2}}.$$

Подынтегральная функция имеет две точки ветвления в комплексной плоскости k ($\pm k_1$, где $k_1 = |\omega| / 2H\omega_0$). Проведем разрез по действительной оси k между точками ветвления. Путь интегрирования проходит по верхнему берегу разреза. Если $x < 2\xi\omega_0 H / \omega$, то интеграл I равен интегралу по разрезу (так как подынтегральная функция экспоненциально мала на полуокружности большого радиуса в нижней полуплоскости k). В противном случае $I = 0$, поскольку в верхней полуплоскости нет особенностей у подынтегральной функции. Следовательно,

$$I(\omega) = 4i \int_0^{k_1} dk k \sin(kx) \frac{\text{ch}(\xi \sqrt{1 - (k/k_1)^2})}{\sqrt{1 - (k/k_1)^2}} \eta(\xi - k_1 x),$$

где η — единичная функция. Значение этого интеграла выражается через функцию Бесселя $J_1(x)$

$$I(\omega) = (2\pi i k_1^3 x / \sqrt{(k_1 x)^2 - \xi^2}) J_1\left(\sqrt{(k_1 x)^2 - \xi^2}\right) \eta(1 - k_1 x / \xi).$$

Рассмотрим интеграл (2.28) по частотам ($\omega_1 \equiv 2\xi\omega_0 H / x$):

$$\begin{aligned} J &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^2} \exp(-i\omega t) I(\omega) = \\ &= \frac{\pi}{\omega_0^2 H^2 \omega_1} \int_0^{\omega_1} d\omega \omega \cos(\omega t) \frac{J_1\left[i\xi \sqrt{1 - (\omega/\omega_1)^2}\right]}{\sqrt{1 - (\omega/\omega_1)^2}}. \end{aligned}$$

Значение интеграла J равно

$$\frac{2\pi\omega_1}{\omega_0^2 H^2} \left\{ \frac{\omega_1 t \sin \sqrt{(\omega_1 t)^2 - \xi^2}}{\sqrt{(\omega_1 t)^2 - \xi^2}} - \sin \omega_1 t \right\}.$$

Подставив значение J в (2.28), получим импульсную функцию МГВ (отклик на импульсный источник, расположенный на высоте z_0 в плоскости $x=0$) в виде

$$v_z(x, z, t) = \frac{24\omega_0\xi}{\pi x} \exp \xi \left\{ \sin \left(\frac{2\omega_0 H t \xi}{x} \right) - \frac{t \sin \left[2\omega_0 H t \xi / x \sqrt{t^2 - (x/2H\omega_0)^2} \right]}{\sqrt{t^2 - (x/2H\omega_0)^2}} \right\}. \quad (2.29)$$

На рис. 2.27 приведены графики функции

$$U = \sin(\xi T) - T \sin(\xi \sqrt{T^2 - 1}) / \sqrt{T^2 - 1}$$

в зависимости от безразмерного времени $T = 2\omega_0 H t / x$ для различных ξ

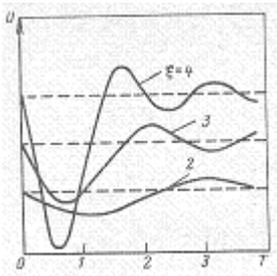


Рис. 2.27. Зависимость возмущения скорости от времени

Пространственное распределение функции

$$V = \frac{1}{\kappa} \left\{ \sin \frac{\xi}{\kappa} - \frac{\sin \left[(\xi / \kappa) \sqrt{1 - \kappa^2} \right]}{\sqrt{1 - \kappa^2}} \right\}$$

в зависимости от безразмерного расстояния $\kappa = x/2\omega_0 H t$ для двух ξ приведено на рис.2.28.

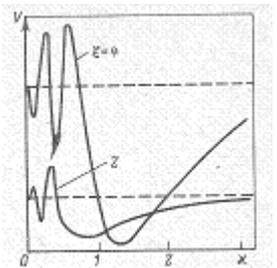


Рис. 2.28. Пространственная структура волны

Полученное решение (2.29) для импульсной функции скорости показывает, что первая полуволна импульса распространяется со скоростью, значительно большей, чем скорость

звука. Это непосредственно связано с влиянием магнитного поля на распространение возмущения. Кроме того, при увеличении высоты распространения происходит уменьшение временных масштабов сигнала. Импульс МГВ в верхних слоях ионосферы распространяется быстрее, чем в нижних, что приводит к наклону волнового фронта (рис. 2.29). Значение скорости $\omega_0 H$ выбирали равным 420 м/с ($H = 18$ км). При удалении от источника изменяется наклон волнового фронта к горизонтали, поэтому на больших расстояниях волновой фронт становится почти вертикальным. Пунктирными линиями представлено направление нормалей к волновому фронту в импульсе. (Наклон волнового фронта при распространении импульса может привести к кажущемуся распространению сверху, несмотря на то что источник может располагаться в нижних слоях ионосферы.)

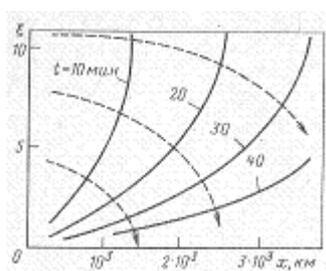


Рис. 2.29. Пространственное распределение первого максимума импульса в различные моменты времени

Из сопоставления этих свойств решения (2.29) с наблюдаемыми при регистрации ВВ (см. гл. 1) следует, что они неплохо согласуются друг с другом.

Можно сопоставить полученные результаты также и с записями вариаций магнитного поля, сопровождающих интенсивное возмущение в ионосфере. В качестве примера на рис. 2.30 приведена копия магнитограммы, полученной на станции Кэмпбелл (Австралия) во время взрыва 9 июля 1962 г. (суммарное энерговыделение $Q = 10^{16}$ Дж) в ионосфере на высоте 400 км. Форма импульса возмущения геомагнитного поля близка к приведенной на рис. 2.27 форме импульса скорости на высоте, примерно соответствующей высоте взрыва.

2.4. О ВЛИЯНИИ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА УСИЛЕНИЕ ВОЛН В ИОНОСФЕРЕ ВЕТРОВЫМИ СТРУКТУРАМИ

Выше при рассмотрении влияния геомагнитного поля на волновое движение в ионосферной плазме подразумевалось, что в отсутствие волн плазма остается неподвижной. Это обстоятельство было важным, поскольку при наличии ветрового "фона" влияние геомагнитного поля на движение (в том числе и волновое) ионосферной плазмы приобретает специфические черты, часть которых рассмотрена ниже.

Качественная картина. Существование ветра в ионосфере обусловлено наличием некоторого глобального градиента давления [58], причем результирующее распределение ветров устанавливается под действием этого градиента и силы Кориолиса. Движение плазмы в геомагнитном поле, в свою очередь, приводит к появлению силы, компенсируемой некоторыми добавочными градиентами давления, как правило локального характера. Например, вертикальная компонента силы Лоренца компенсируется перераспределением вертикального градиента давления, в целом связанного с гравитационной стратификацией ионосферы. Скомпенсированность добавочных сил обеспечивает стационарность ветров в ионосфере на протяжении длительных отрезков времени (например, в течение недель и месяцев). Распространение в такой системе волнового возмущения приводит к смещению плазмы. Если в некоторой точке неоднородного потока плазмы до прихода волны существовало равновесие по отношению к силам Лоренца и компенсирующим их силам, связанным с градиентами давления, то перенос в эту точку плазмы из соседних областей приведет к нарушению компенсации внешних сил, так как из-за неоднородности приносимая плазма имеет иные характеристики, нежели унесенная.

Реально с описанным эффектом взаимодействия геомагнитного поля с ветровым "фоном" в ионосфере может быть связано несколько явлений. Одно из них — возникновение локальных осцилляции скорости плазмы, другое — усиление ВГВ, распространяющихся в определенных направлениях [63].

Локальные осцилляции. Будем считать ветер горизонтальным, обозначим связанную с ним скорость плазмы \mathbf{V} . Сила Лоренца \mathbf{F} , обусловленная этой скоростью, компенсируется локальными градиентами давления. Если возмущение скорости в волне обозначить \mathbf{v} , так что полная скорость плазмы

$$\mathbf{V}_{\Pi} = \mathbf{V} + \mathbf{v},$$

то и полная сила Лоренца \mathbf{F} получит приращение \mathbf{f} . Будем считать величины \mathbf{V} и \mathbf{F} зависящими только от вертикальной координаты z . Уравнение Навье — Стокса для \mathbf{v} будет иметь вид:

$$\rho_0 [\partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{V}] = \mathbf{f}. \quad (2.30)$$

Силу \mathbf{f} , обусловленную градиентами ветрового фона и параметров ионосферы, можно определить из линеаризованного уравнения переноса силы вместе с плазмой

$$\partial \mathbf{f} / \partial t + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{f} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{F} = 0. \quad (2.31)$$

Если перейти в движущуюся вместе с ветром систему координат, т.е. к "скользящему" времени $\tau = t - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{V}) / \mathbf{V}^2$, то сумму операторов $\partial / \partial t + (\mathbf{V} \cdot \nabla)$ можно записать как $\partial / \partial \tau$. Для

гармонических составляющих скорости и силы, зависящих от времени по закону $\exp(-i\omega\tau)$, из (2.30), (2.31) следует:

$$-i\omega\rho_0\mathbf{v} + p_0(\mathbf{v}\cdot\mathbf{h})(\mathbf{h}\cdot\nabla)\mathbf{v} = \mathbf{f}; \quad (2.32)$$

$$-i\omega\mathbf{f} + (\mathbf{v}\cdot\mathbf{h})(\mathbf{h}\cdot\nabla)\mathbf{F} = 0. \quad (2.33)$$

Здесь \mathbf{h} — единичный вектор в вертикальном направлении. Домножив (2.32), (2.33) скалярно на \mathbf{h} и подставив в (2.32) значение \mathbf{f} из (2.33), получим:

$$\omega^2 p_0(\mathbf{v}\cdot\mathbf{h}) = (\mathbf{v}\cdot\mathbf{h})(\mathbf{h}\cdot\nabla)(\mathbf{h}\cdot\mathbf{F}). \quad (2.34)$$

Переобозначая $(\mathbf{v}\cdot\mathbf{h}) = \psi$, возвращаясь к временному представлению и записывая оператор $(\mathbf{h}\cdot\nabla)$ как $\partial/\partial z$, приходим к уравнению

$$d^2\psi/dt^2 + \Omega_n^2\psi = 0, \Omega_n \equiv \sqrt{(1/\rho_0)dF_z/dz}. \quad (2.35)$$

Из вида уравнения (2.35) следует, что если сила \mathbf{F} растет в направлении, ею самой определяемом, то $\Omega_n^2 > 0$ и ψ осциллирует с частотой Ω_n . В противном случае первоначальное возмущение экспоненциально затухает со временем.

Рассмотрим в качестве примера случай горизонтального магнитного поля \mathbf{B} . При этом согласно результатам, приведенным в §2.3 [см. (2.6)], вертикальная компонента силы \mathbf{F} равна:

$$\mathbf{F}_b = -MN_{n0}v_{ni} \frac{\omega_i/v_{ni}}{1 + (\omega_i/v_{ni})^2} (\mathbf{V} \times \mathbf{B})$$

(2.36)

(в рассматриваемом случае электрическое поле не возбуждается). Конкретные расчеты показывают, что коэффициент при $[\mathbf{V} \times \mathbf{B}]$ в этом выражении убывает с высотой, поэтому для существования незатухающих осцилляций сила \mathbf{F} должна быть направлена вниз, что в земных условиях может наблюдаться при западном ветре в ионосфере. Предполагая распределение ветра в ионосфере однородным, можно определить зависимость величины Ω_n от высоты в ионосфере. Результаты конкретных расчетов Ω_n (принято $V \sim 10^4$ см/с) приведены на рис. 2.31. Видно, что область существования относительно быстрых (с периодом около 1 ч) осцилляций располагается в верхней части слоя E . Следует отметить, что на результат существенно влияет "структура" ветра в ионосфере, так что реально как область существования, так и частоты осцилляций могут значительно отличаться от приведенных на рис. 2.31. Однако факт влияния взаимодействия ветра в ионосфере с

геомагнитным полем на осцилляции (часовых, а возможно, и меньших периодов) параметров ионосферы несомненен.

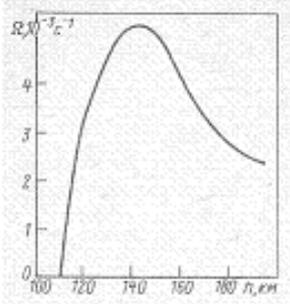


Рис. 2.31, Характерная частота локальных осцилляции

Усиление ВГВ ветровыми структурами. Перейдем к эффектам распространения ВГВ в ионосфере при наличии "ветрового фона". Так же как и при рассмотрении локальных осцилляции, ниже будем пренебрегать всеми эффектами воздействия геомагнитного поля на движение ионосферной плазмы, не связанными с градиентами скорости ветров или параметров плазмы.

Система уравнений, описывающая ВГВ при наличии взаимодействующих с геомагнитным полем ветров, имеет вид [временные зависимости описываются функцией $\exp(-i\omega\tau)$, где τ определено выше]:

$$-i\omega\rho_0\mathbf{v} = -\nabla p + \rho\mathbf{g} + \mathbf{f}; \quad (2.37)$$

$$i\omega\mathbf{f} = (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{F}; \quad (2.38)$$

$$i\omega\rho = (\mathbf{v} \cdot \nabla)\rho_0, \quad (2.39)$$

что после исключения из (2.37) величин \mathbf{f} и ρ с помощью (2.38) и (2.39) дает:

$$-i\omega\rho_0\mathbf{v} = -\nabla p + (i\omega)^{-1}(\mathbf{v} \cdot \nabla)(g\rho_0 + \mathbf{F}). \quad (2.40)$$

Будем полагать, что \mathbf{F} и ρ_0 меняются в вертикальном направлении, единичный вектор которого обозначим \mathbf{R} . В этом случае из (2.40) находим:

$$\omega^2\mathbf{v} + \mathbf{G}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}) = -i\omega(\nabla p) / \rho_0, \quad (2.41)$$

где $\mathbf{G} \equiv (g/H) - \rho_0^{-1}(\mathbf{h} \cdot \nabla)\mathbf{F}$. Выражая из (2.41) \mathbf{v} через ∇p , получаем:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{i\omega} \left[\frac{\nabla p}{\rho_0} - \frac{\mathbf{G}}{\rho_0} \frac{(\mathbf{h} \cdot \nabla) p}{\omega^2 + (\mathbf{G} \cdot \mathbf{h})} \right].$$

Уравнение для ВГВ в этом случае следует из условия равенства нулю дивергенции так определенной скорости газа (см. выше), т.е.

$$\left(\nabla; \left[\frac{\nabla p}{\rho_0} - \frac{\mathbf{G}}{\rho_0} \frac{(\mathbf{h} \cdot \nabla) p}{\omega^2 + (\mathbf{G} \cdot \mathbf{h})} \right] \right) = 0. \quad (2.42)$$

Анализ уравнения (2.42) показывает, что влияние вертикальной компоненты силы \mathbf{F} эквивалентно небольшим (несколько процентов) вариациям ускорения свободного падения g и не меняет принципиально свойств ВГВ. Эффекты, обусловленные градиентами, связаны с горизонтальными компонентами силы \mathbf{F} . Ниже рассмотрен случай $\mathbf{F} \perp g$. Направим вдоль \mathbf{F} единичный вектор \mathbf{m} , при этом

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= -(g/H)\mathbf{h} - \mathbf{m}(F'/\rho_0); (\mathbf{G}\mathbf{h}) = -(g/H); \\ (\nabla \cdot \mathbf{G}) &= \mathbf{0}; (\mathbf{G} \cdot \nabla) = -(g/H)(\mathbf{h} \cdot \nabla) - (F'/\rho_0)(\mathbf{m} \cdot \nabla). \end{aligned}$$

Здесь F' — производная \mathbf{F} по вертикальной координате. Из (2.42) в рассматриваемом случае следует, что

$$\omega^2 [\Delta p + (\mathbf{h} \cdot \nabla) p / H] - \omega_g^2 [\Delta p + (\mathbf{h} \cdot \nabla)^2 p] + (F'/\rho_0)(\mathbf{m} \cdot \nabla) p = 0. \quad (2.43)$$

Уравнение (2.43) при $\mathbf{F} = \text{const}$ переходит в известное уравнение распространения ВГВ, влияние градиентов «фоновой» силы описывается последним членом. Отметим, что это влияние отсутствует для волны, распространяющейся перпендикулярно \mathbf{F} , когда $(\mathbf{m} \cdot \nabla) = 0$. Для продольного распространения (вдоль \mathbf{m} , соответствующая координата x) запишем (2.43) в виде

$$\omega^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + (\omega^2 - \omega_g^2) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \Omega^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\omega^2}{H} \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \Omega^2 \equiv \frac{1}{\rho_0} \frac{dF}{dz}. \quad (2.44)$$

Для того, чтобы привести (2.44) к виду волнового уравнения, из него следует исключить первую производную. Это можно сделать, введя новую функцию $\varphi(x, z)$, связанную с p соотношением

$$p = \varphi \exp(\alpha x + \beta z), \quad (2.45)$$

где постоянные α и β определяются равенствами:

$$\alpha = -\frac{\omega^2 \Omega^2}{H} + \frac{1}{4\omega^2(\omega^2 - \omega_g^2) + \Omega^4}; \beta = -\frac{2\omega^2}{H} \frac{\omega_g^2 - \omega^2}{4\omega^2(\omega_g^2 - \omega^2) + \Omega^4}.$$

Уравнение для φ запишем следующим образом:

$$\omega^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + (\omega^2 - \omega_g^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \Omega^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x \partial z} - \frac{\omega^4 (\omega_g^2 - \omega^2)}{H^2 [4\omega^2 (\omega_g^2 - \omega^2) + \Omega^4]} \varphi = 0.$$

Функцию Грина этого уравнения будем искать в виде

$$\Phi = \Phi(R); R = \sqrt{x^2 + (1 - \omega_g^2 / \omega^2) z^2 - (\Omega / \omega)^2 xz}.$$

Она удовлетворяет волновому уравнению

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{d\Phi}{dR} \right) + \kappa^2 \Phi = 0, \kappa^2 \equiv \frac{4\omega^4 (\omega_g^2 - \omega^2)}{H^2 [4\omega^4 (\omega_g^2 - \omega^2) + \Omega^4]}$$

Реально $\Omega \ll \omega_g$, поэтому роль слагаемых с Ω в выражениях для R , α , β и κ невелика, т.е. уравнение для Φ практически не отличается от уравнения для функции Грина уравнения ВГВ, это же относится к его решениям. Наиболее существенное влияние градиентов фоновой силы F , таким образом, сводится к экспоненциальному изменению амплитуды волны при ее распространении вдоль направления действия силы, описываемому множителем $\exp(\alpha x)$ в выражении (2.45). Для частот, меньших чем ω_g , но таких, при которых еще сохраняется неравенство $\omega^2 \omega_g^2 \gg \Omega^4$

$$\alpha \approx -\frac{1}{4H\omega_g^2 \rho_0} \frac{dF}{dz}, \kappa \equiv \alpha^{-1} \approx -4g \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{dF}{dz} \right)^{-1}. \quad (2.46)$$

Отсюда видно, что в области, где сила \mathbf{F} убывает с высотой, рост амплитуды происходит в направлении, противоположном \mathbf{F} , а в области, где \mathbf{F} увеличивается с высотой, — в направлении вдоль силы.

Приведем результаты вычислений K на различных высотах в ионосфере. Так же, как и в §2.3, будем предполагать распределение ветра по высоте однородным, $V=100\text{м/с}$. Для определения силы \mathbf{F} будем использовать выражение (2.6) из § 2.3. Так как ветер предполагается горизонтальным и интерес представляют горизонтальные компоненты силы (см. выше), из (2.6) следует, что взаимодействие ветра с горизонтальной компонентой магнитного поля не приводит к усилению волн, поэтому будем считать вектор \mathbf{V} вертикальным. При этом появляется два выделенных направления. Одно из них — вдоль ветра, сила \mathbf{F} в этом направлении имеет компоненту

$$F_{\parallel} = -\frac{N_0 e}{c} \frac{(\mathbf{V} \cdot \mathbf{B})}{1 + (\omega_i / v_{ni})^2} \frac{\omega_i}{v_{ni}}; \quad (2.47)$$

другое — в направлении, перпендикулярном ветру, компонента силы в этом направлении равна:

$$F_{\perp} = -\frac{N_0 e}{c} \frac{|\mathbf{V} \times \mathbf{B}|}{1 + (\omega_i / v_{ni})^2}. \quad (2.48)$$

Отметим, прежде всего, что выражение (2.48) для F_{\perp} совпадает с использованным выше (2.36) при определении частоты Ω_{\perp} локальных осцилляций в горизонтальном поле. Поэтому, K для меридионального распространения волн можно оценить соотношением

$$K_{\perp} = 4g / \Omega_{\perp}^2.$$

Сопоставление (2.47) и (2.48) показывает, что F_{\parallel} отличается от F_{\perp} наличием множителя ω_i / v_{ni} , поэтому для зонального распространения волн

$$K_{\parallel} = 4g \left[\frac{F_{\perp} \omega_i}{\rho v_{in}} \frac{d \ln(F_{\perp} \omega_i / v_{in})}{dz} \right]^{-1}.$$

Величины K_{\perp} и K_{\parallel} минимальны на ионосферных высотах, где могут достигать значений порядка длины окружности Земли, однако K_{\perp} достигает минимума на меньшей высоте, чем K_{\parallel} , причем положение минимума ($h = 130 \div 140$ км) величины K_{\perp} совпадает с положением максимума частоты

локальных осцилляций (см. рис. 2.31), т.е. с положением слоя, где максимальны эффекты, обусловленные градиентами скорости ветра и характеристик плазмы в ионосфере.

Сопоставление направлений магнитного поля, ветра и результирующей силы показывает, что при западном ветре (преобладающем зимой) усиливаются волны, распространяющиеся к экватору, и ослабляются волны, направленные к полюсу. При восточном ветре (преобладающем летом) усиливаются волны, распространяющиеся к полюсу. Это явление вполне может объяснить наблюдающуюся [1, 56, 57] сезонную асимметрию распространения ВВ.

Отметим в заключение, что экспоненциальное усиление волн свидетельствует о неустойчивости соответствующих слоев ионосферы. Здесь можно провести аналогию с неустойчивостью тангенциального разрыва течения жидкости, однако в отличие от последней градиентная неустойчивость может наблюдаться в потоке, характеризующемся однородным полем скоростей, но неоднородным распределением параметров взаимодействия этого потока с внешним магнитным полем. То, что область усиления поперечных потоку волн совпадает с областью максимальных частот локальных осцилляций, не случайно, — это характерно и при учете неоднородности ветра в ионосфере. Однако более тщательное с учетом генерируемого электрического поля рассмотрение задачи об осцилляциях показывает, что они не остаются локализованными, а могут распространяться аналогично рассмотренным в §2.3 МГВ. Это обстоятельство делает целесообразным в дальнейшем исследовании совокупности эффектов, каждый из которых в отдельности рассмотрен в §2.3 и 2.4.

Г л а в а 3. ТИПЫ МГД-ВОЛН В ИОНОСФЕРЕ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

3.1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Приведенные в гл. 2 факты свидетельствуют о важности проблемы учета влияния геомагнитного поля на волновые движения ионосферной плазмы. Из этого, в частности, следует необходимость систематического анализа эффектов влияния поля, основы которого изложены в настоящей главе.

По результатам настоящей главы можно сопоставлять наблюдаемые характеристики ВВ с теоретическими моделями.

Основную роль при анализе распространения возмущений в плазме играют уравнения Максвелла для электромагнитного поля и кинетические уравнения для функций распределения частиц. Однако применение кинетических уравнений при исследовании динамических процессов в многокомпонентной плазме, каковой является ионосфера,

довольно сложно. Для широкого круга вопросов динамики ионосферной плазмы, рассматриваемых ниже, таких как эффекты, связанные с генерацией и распространением МГД-волн, а также с влиянием магнитного поля на распространение АГВ-волн, можно использовать более простые квазигидравлические уравнения при описании динамики каждой из компонент плазмы. При таком подходе вместо функций распределения рассматриваются интегральные величины — моменты, уравнения для которых получаются в результате усреднения по скоростям исходных кинетических уравнений. Результирующая система уравнений переноса для бесконечного числа моментов является незамкнутой. Квазигидродинамическому приближению соответствует ограниченное число уравнений переноса для нескольких первых моментов, имеющих ясный физический смысл.

Вопросы, связанные с выводом уравнений динамики плазмы в квазигидродинамическом приближении и условиями их применимости, достаточно хорошо исследованы. Результаты этих исследований приведены, например, в [61]. При исследовании динамики возмущений в интервале периодов от десятков секунд до единиц часов и пространственных масштабов от сотен до тысяч километров ионосферную плазму в E - и F -слоях можно полагать трехкомпонентной, состоящей из электронов, однозарядных ионов и молекул, динамика которых описывается уравнениями:

$$\left. \begin{aligned}
 mN_e \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + (\mathbf{v}_e \cdot \nabla) \mathbf{v}_e \right\} &= eN_e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) \right\} - \nabla P_e + \\
 &+ mN_e \mathbf{g} + mN_e v_{ei} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e) + mN_e v_{en} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_e); \\
 mN_i \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i \right\} &= -eN_i \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) \right\} - \nabla P_i + \\
 &+ mN_i \mathbf{g} + mN_i v_{ei} (\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i) + mN_i v_{in} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_i); \\
 mN_n \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \cdot \nabla) \mathbf{v}_n \right\} &= -\nabla P_n + mN_n \mathbf{g} - \\
 &- mN_e v_{en} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_e) - mN_i v_{in} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_i); \\
 \frac{\partial N_e}{\partial t} + \nabla \cdot (N_e \mathbf{v}_e) &= 0; \quad \frac{\partial N_i}{\partial t} + \nabla \cdot (N_i \mathbf{v}_i) = 0; \quad \frac{\partial N_n}{\partial t} + \nabla \cdot (N_n \mathbf{v}_n) = 0; \\
 P_e = N_e \kappa T_e; P_i = N_i \kappa T_i; P_n = N_n \kappa T_n;
 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

В этих уравнениях пренебрегается влиянием ионообразования и рекомбинации на динамику плазмы. Электромагнитные поля удовлетворяют уравнениям Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \nabla \cdot \mathbf{B} = 0; \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi e(N_e - N_i); \mathbf{j} = e(N_e \mathbf{v}_e - N_i \mathbf{v}_i) \end{aligned} \right\}. \quad (3.2)$$

Для того чтобы системы уравнений (3.1) и (3.2) стали замкнутыми, их следует дополнить уравнениями сохранения энергии или переноса тепла.

Как показано в работе [61], ионосферную плазму с достаточной степенью точности можно считать квазинейтральной: $N_e = N_i = N$.

Основываясь на квазигидродинамическом приближении в описании динамики ионосферной плазмы, покажем, что существуют МГД-волны разных типов; их параметры, такие как фазовая скорость, коэффициент поглощения, дисперсия, а также их зависимость от высоты существенно изменяются в различных интервалах частот. Рассмотрим распространение малых возмущений параметров в однородной плазме ($\mathbf{g} = 0$), пренебрегая гидростатическим давлением по сравнению с магнитным. С учетом этих упрощений, оставляя члены первого порядка по возмущениям из системы (3.1) и (3.2), находим:

$$\left. \begin{aligned} m \partial \mathbf{v}_e / \partial t &= e \left\{ \mathbf{E} + (1/c) (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}_0) \right\} + m v_{ei} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e) + m v_{en} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_e); \\ M \partial \mathbf{v}_i / \partial t &= -e \left\{ \mathbf{E} + (1/c) (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}_0) \right\} + m v_{ei} (\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i) + M v_{in} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_i); \\ M \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} &= -m v_{en} \frac{N_0}{N_{n0}} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_e) - M v_{in} \frac{N_0}{N_{n0}} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_i); \\ \nabla \times \mathbf{b} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t}; \mathbf{j} = e N_0 (\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i). \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Из первых двух уравнений системы (3.3), используя неравенства и $m \ll M, \partial \mathbf{b} / \partial t \ll \mathbf{v}_e \mathbf{j}, v_{in} \sim \sqrt{m/M} v_{en} \ll v_{en}$, получаем:

$$\mathbf{v}_e \mathbf{j} - \frac{\omega_e}{\mathbf{B}_0} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) = \frac{e^2 N_0}{m} \mathbf{E} + \frac{e^2 N_0}{mc} (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0) + e N_0 v_{en} (\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i).$$

Сложим первые два уравнения с учетом неравенства $(mM)v_{en} \sim \sqrt{m/M} v_{in} \ll v_{in}$:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} = v_{in} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_i) + \frac{1}{cMN_0} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) - \frac{m v_{en}}{eMN_0} \mathbf{j}.$$

Из третьего уравнения системы (3.3) и определения \mathbf{j} исключим \mathbf{v}_e :

$$\frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} = -v_{in}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_i) + \frac{mv_{en}}{eMN_{n0}} \mathbf{j}; v_{in} \equiv v_{in} \frac{N_0}{N_{n0}} \equiv v_{in} C.$$

Последние слагаемые в полученных уравнениях опускаем, так как они меньше оставленных слагаемых в $\sqrt{m/M}$ раз. Таким образом, система уравнений (3.3) преобразуется к виду

$$\left. \begin{aligned} \partial \mathbf{v}_i / \partial t + v_{in} \mathbf{v}_i &= v_{in} \mathbf{v}_i + (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) / cMN_0; \\ \partial \mathbf{v}_n / \partial t + v_{in} \mathbf{v}_i &= v_{in} \mathbf{v}_i; \\ \mathbf{v}_e \mathbf{j} - \frac{\omega_e}{\mathbf{B}_0} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) &= \frac{e^2 N_0}{m} \mathbf{E} + \frac{e^2 N_0}{mc} (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0); \\ \nabla \times \mathbf{b} &= (4\pi/c) \mathbf{j}; \nabla \times \mathbf{E} = -(1/c) \partial \mathbf{b} / \partial t. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Рассмотрим свойства плоских волн, когда искомые величины зависят от координат и времени по закону $\exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$. Переменные удовлетворяют однородной системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} (v_{in} - i\omega) \mathbf{v}_i &= v_{in} \mathbf{v}_i + (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) / cMN_0; \\ (v_{ni} - i\omega) \mathbf{v}_n &= v_{in} \mathbf{v}_i; \\ \mathbf{v}_e \mathbf{j} - \frac{\omega_e}{\mathbf{B}_0} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) &= \frac{e^2 N_0}{m} \mathbf{E} + \frac{e^2 N_0}{mc} (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0); \\ i(\mathbf{k} \times \mathbf{b}) &= (4\pi/c) \mathbf{j}; (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = (\omega/c) \mathbf{b}. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Первые два уравнения системы (3.5) позволяют выразить \mathbf{v}_n и \mathbf{v}_i через \mathbf{j} :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}_i &= i(\omega + iv_{ni}) [\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0] / \omega(\omega + iv_{ni}) cMN_0; \\ \mathbf{v}_n &= -v_{ni} [\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0] / \omega(\omega + iv_{ni}) cMN_0. \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Подставим \mathbf{v}_i из первого равенства (3.6) в третье соотношение системы (3.5):

$$\mathbf{v}_e \mathbf{j} - \frac{\omega_e}{\mathbf{B}_0} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) - i \frac{\omega_e \omega_i (\omega + i\nu_{ni})}{\omega(\omega + i\nu_{ni}) B_0^2} ((\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0) = \frac{e^2 N_0}{m} \mathbf{E}. \quad (3.7)$$

Исключая \mathbf{b} из двух последних равенств системы (3.5), получаем соотношение между \mathbf{E} и \mathbf{j} , которое совместно с уравнением (3.7) приводит к замкнутой системе уравнений для электрического поля и тока:

$$(\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E})) = -i(4\pi\omega/c^2)\mathbf{j}. \quad (3.8)$$

Рассмотрим распространение плоской волны вдоль однородного магнитного поля \mathbf{B}_0 , направление которого совпадает с осью x декартовой системы координат. Проецируя векторные равенства (3.7) и (3.8) на оси координат этой системы, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{e^2 N_0}{m} E_y &= \left\{ \mathbf{v}_e + i \frac{\omega_e \omega_i (\omega + i\nu_{ni})}{\omega(\omega + i\nu_{ni})} \right\} j_y - \omega_e j_z; \\ \frac{e^2 N_0}{m} E_z &= \omega_e j_y + \left\{ \mathbf{v}_e + i \frac{\omega_e \omega_i (\omega + i\nu_{ni})}{\omega(\omega + i\nu_{ni})} \right\} j_z; \\ k^2 E_y &= i(4\pi\omega/c^2) j_y; k^2 E_z = i(4\pi\omega/c) j_z; E_x = j_x = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Равенство нулю определителя системы (3.9) приводит к дисперсионному соотношению

$$\left(\frac{k}{\omega} \right)^2 = \frac{\omega_0^2 (\omega + i\nu_{ni})}{c^2 \{ \omega_e \omega_i (\omega + i\nu_{ni}) + \omega(\omega + i\nu_{ni})(\pm\omega_e - i\nu_e) \}}. \quad (3.10)$$

Соотношение (3.10) получено для продольного распространения НЧ-волн в плазме при наличии молекул. Из уравнений (3.9) получаем, что волны поляризованы по кругу: $E_y/E_z = \pm i$.

Рассматриваемые волны поперечные, т.е. векторы скоростей движения ионов и молекул в волне расположены в плоскости (y, z) и совпадают по направлению. Однако согласно выражениям (3.6) соотношение между скоростями зависит от частоты:

$$\mathbf{v}_n / \mathbf{v}_i = \nu_{ni} / (\nu_{ni} - i\omega). \quad (3.11)$$

В спектральном интервале $\omega_i \gg \omega \gg v_{ni}$ из равенства (3.10) находим:

$$(k/\omega)^2 = 4\pi MN_0/B^2 = 1/u_a^2.$$

Здесь $u_a = B/\sqrt{4\pi MN_0}$ — альвеновская скорость волн в ионизованной компоненте плазмы.

В рассматриваемом интервале частот волны распространяются с альвеновской скоростью, зависящей от концентрации ионов, без поглощения. Скорость молекул в волне согласно равенству (3.11) меньше скорости ионов: $\mathbf{v}_n \sim (v_{in}/\omega)\mathbf{v}_i \sim (N_0/N_{n0})(v_{in}/\omega)\mathbf{v}_i \ll \mathbf{v}_i$.

Следовательно, НЧ-волны в указанном спектральном интервале распространяются по электрон-ионной компоненте плазмы, причем наличие молекул не влияет на их распространение. Другими словами, за период волны ионы не успевают сталкиваться с молекулами. Эти волны (гидромагнитные) совпадают с альвеновскими волнами в полностью ионизованной плазме, концентрация частиц в которой совпадает с их концентрацией в ионизованной компоненте ионосферной плазмы. Так как степень ионизации ионосферной плазмы мала, скорость гидромагнитных волн значительно больше скорости МГД-волн других типов, существующих при более низких частотах.

Рассмотрим характеристики МГД-волн с частотами $\omega \ll v_{in}$. Для этих частот дисперсионное уравнение (3.10) можно записать в виде

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{u}\right)^2 \frac{1}{1 \pm N_{n0}\omega/N_0\omega_i - i\omega/v_1}, \quad (3.12)$$

где $v_1 = v_{ni}\omega_e\omega_i/(\mathbf{v}_e v_{ni} + \omega_e\omega)$; $u = B/\sqrt{4\pi MN_0}$ — скорость МГД-волн, увлекающих в движение нейтральную компоненту. Она в \sqrt{C} раз меньше скорости u_a , где C — степень ионизации плазмы.

Из соотношения (3.12) следует, что скорость МГД-волн убывает с уменьшением частоты, стремясь к u . За период волны согласно формуле (3.11) ионы успевают вовлечь в движение молекулы. Этот эффект приводит к уменьшению скорости волны. Такие волны будем называть медленными МГД-волнами. В F -слое ионосферы $v_1 \approx v_{ni} \ll N_0\omega_i/N_{n0}$ следовательно, соотношение (3.12) можно упростить:

$$k^2 = (\omega/u)^2 i v_{ni} / (\omega + i v_{ni}). \quad (3.13)$$

В пределе низких частот $\omega \ll v_{ni}$ из (3.13) и (3.11) получаем фазовую скорость возмущений $\mathbf{v}_\phi = \omega/k = u; \mathbf{v}_n = \mathbf{v}_i$.

Следовательно, слабоионизованная плазма в волне движется как единое целое. Фазовая скорость возмущений определяется концентрацией молекул. С увеличением частоты появляется «проскальзывание» между движущимися ионизованной и нейтральной компонентами плазмы, при этом скорость молекул уменьшается, а фазовая скорость возмущений возрастает. Для $v_{ni} \ll \omega$ дисперсионное соотношение (3.13) упрощается:

$$k^2 = i \omega v_{ni} / u^2 = i \omega v_{ni} / u_a^2. \quad (3.14)$$

Возмущения в плазме для этих частот распространяются аналогично электромагнитным волнам в проводнике. При этом скорость молекул согласно выражению (3.11) значительно меньше скоростей ионов: $\mathbf{v}_n \sim (v_{in} / \omega) \mathbf{v}_i \ll \mathbf{v}_i$.

В E -слое ионосферы выполняется неравенство $\omega_1 N_0 / N_{n0} \ll v_i$. Используя его, из соотношения (3.12) получаем:

$$k^2 = (\omega/u)^2 / (1 \pm N_{n0} \omega / N_0 \omega_1).$$

Для $\omega \ll N_0 \omega / N_{n0}$ фазовая скорость возмущений $\mathbf{v}_\phi = u$, т.е. в движение плазмы вовлечены молекулы, а фазовая скорость определяется их концентрацией. Для $N_0 \omega / N_{n0} \ll \omega$ дисперсионное соотношение имеет вид:

$$k^2 = N_0 \omega_1 \omega / N_{n0} u^2 = \omega_1 \omega u_a^2.$$

Волны распространяются без поглощения, а их фазовая скорость зависит от частоты: $\mathbf{v}_\phi = u_a \sqrt{\omega / \omega_1}$.

Выше было показано, что свойства МГД-волн в трехкомпонентной слабоионизованной плазме существенно различаются в разных спектральных интервалах. Спектральные интервалы определяются двумя характерными частотами, являющимися

параметрами в волновых или дисперсионных уравнениях. Первый параметр — частота столкновений ионов с молекулами ν_{ni} , а второй — частота ν_1 , которая в F -слое совпадает с $\nu_{ni} \equiv \nu_{in} C \ll \nu_{in}$, а в E -слое с $\omega_i C \omega_e / \nu_e$. Характеристики волн, такие как фазовая скорость, коэффициент затухания и т.п., зависят от соотношения между частотой волны и параметрами ν_{in} и ν_1 . При $\omega \gg \nu_{in}$ волны, распространяются с фазовой скоростью $\mathbf{v}_\phi = u_a$ по ионизованной компоненте плазмы без поглощения так, как если бы молекулы отсутствовали. При этом $\nu_{in}=0$, т.е. молекулы покоятся. При низких частотах $\omega \ll \nu_{in}$ фазовая скорость $\mathbf{v}_\phi = u$. Волна распространяется без поглощения, причем ионизованная компонента вовлекает в движение нейтральную. Скорость молекул совпадает со скоростью ионов. Таким образом, трехкомпонентная плазма в волне движется как единое целое. В интервале частот $\nu_{ni} \ll \omega \ll \nu_{in}$ распространение волны сопровождается дисперсией фазовой скорости по закону $\mathbf{v}_\phi \sim \omega^{1/2}$ и сильным поглощением, которое обусловлено столкновениями ионов с покоящимися молекулами.

Вследствие того, что характерные частоты ν_1 и ν_{in} , определяющие свойства волн, зависят от высоты, свойства волны фиксированной частоты могут существенно меняться в различных слоях ионосферы. На рис. 3.1 приведены высотные зависимости параметров ν_1 и ν_{in} , построенные на основе приведенных в §1.2 данных. Эти графики позволяют определить слои в ионосфере, в которых возможно распространение волн того или иного типа, рассмотренных выше. Если снизу на ионосферу падает волна с частотой, например, $\omega = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, то до высоты около 200 км выполняется неравенство $\nu_1 < \omega$. Следовательно, волна до этой высоты распространяется с поглощением, а фазовая скорость ее имеет дисперсию $\mathbf{v}_\phi \sim u \sqrt{N_{n0} \omega / N_0 \omega_1}$. При переходе в область высот от 200 до 600 км, где выполняется неравенство $\omega < \nu_1$, свойства волны изменяются. Эту область волна проходит без поглощения с фазовой скоростью $\mathbf{v}_\phi = u$. Выше 600 км частота ν_1 , становится меньше ω , волна поглощается, ее скорость характеризуется дисперсией $\mathbf{v}_\phi \sim u \sqrt{\omega / \nu_{ni}}$. Следовательно, при распространении снизу гидромагнитная волна на высоте 200 км трансформируется в медленную МГД-волну, которая на высоте 600 км становится снова гидромагнитной. В интервале высот, определяемом неравенством $\omega < \nu_1(h)$, существуют медленные МГД-волны, вне этого интервала высот — гидромагнитные волны с поглощением. Волна с частотой, равной, например, 10^{-1} с^{-1} , распространяется снизу как гидромагнитная с поглощением примерно до высоты 350 км [определяемой равенством $\nu_{ni}(h) = \omega$]. Выше выполняется

неравенство $v_{in} < \omega$. Следовательно, волна трансформируется в гидромагнитную волну с фазовой скоростью $v_{\phi} = u_a$ без поглощения. Как следует из рис. 3.1, гидромагнитная волна с частотой порядка 10^{-2} с^{-1} , проходящая с поглощением на высотах ионосферы, т.е. до 500 км, не трансформируется ни в медленную МГД-волну, ни в гидромагнитную волну без поглощения.

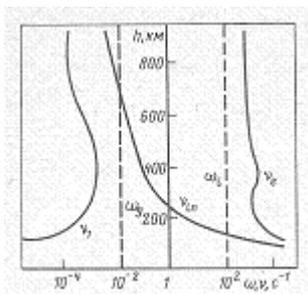


Рис. 3.1. Области распространения волн различных типов в ионосфере

Приведенные результаты получены на основе исследования системы уравнений (3.4), в которой опущены слагаемые, учитывающие влияние сжимаемости среды и силы тяжести на МГД-волны. Это влияние несущественно для гидромагнитных волн с частотами $\omega \gg v_{ni}$ вследствие того, что молекулы не оказывают влияния на волновые движения плазмы. Влияние силы тяжести на волны в нейтральной атмосфере становится существенным для частот $\omega \leq \omega_g$. Из рис. 3.1 следует, что $v_1 \leq \omega_g$. Таким образом, на медленные МГД-волны с частотами $\omega_g \leq v_1$, оказывает влияние сила тяжести, поэтому при исследовании процессов распространения возмущений магнитных полей с частотой $\omega \leq v_{ni}$, а также влияния геомагнитного поля на свойства АГВ в ионосфере в системе уравнений (3.1) необходимо оставлять слагаемые с градиентом давления и силой тяжести.

Как было показано выше, при распространении медленных МГД-волн с частотами $\omega \leq v_{ni}$ скорости молекул и ионов имеют один порядок, поэтому состояние плазмы удобно характеризовать средними значениями ее параметров:

$$\mathbf{v} = \frac{mN_e \mathbf{v}_e + MN_i \mathbf{v}_i + MN_n \mathbf{v}_n}{mN_e + M(N_i + N_n)}; p = p_e + p_i + p_n; \rho = mN_e + M(N_i + N_n).$$

Сложим первые три уравнения системы (3.1):

$$mN_e \frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + MN_i \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + MN_n \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \frac{1}{c} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) + e(N_e - N_i) \mathbf{E}.$$

Умножая четвертое уравнение системы (3.1) на m , а пятое и шестое на M и складывая, запишем уравнение непрерывности для всей среды:

$$\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = 0. \quad (3.15)$$

Для ионосферной плазмы можно полагать $N_e = N_i$. Кроме того, если скорости частиц одного порядка ($\mathbf{v}_e \sim \mathbf{v}_i \sim \mathbf{v}_n$), то получим уравнение магнитной гидродинамики для среды без вязкости

$$\rho d\mathbf{v}/dt = -\nabla p + \rho\mathbf{g} + (1/c)(\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0). \quad (3.16)$$

Ниже будем рассматривать малые возмущения величин. Для величин нулевого и первого порядка из уравнений (3.15) и (3.16) находим:

$$\left. \begin{aligned} -\nabla p_0 + \rho_0\mathbf{g} &= 0; \\ \rho_0 d\mathbf{v}/dt &= -\nabla p + \rho\mathbf{g} + (1/c)(\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0); \\ \partial\rho/\partial t + \text{div}(\rho_0\mathbf{v}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

Методом, аналогичным использовавшемуся при выводе системы уравнений (3.4), из первых двух уравнений системы (3.1) получим:

$$\begin{aligned} MN_0 v_{in}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_i) - \frac{mv_{en}}{e} \mathbf{j} + \frac{1}{c}(\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) - \nabla(p_e + p_i) + MN_0\mathbf{g} &= 0; \\ \mathbf{v}_e \mathbf{j} - \frac{\omega_e}{\mathbf{B}_0}(\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) &= \frac{e^2 N_0}{m} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c}(\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0) \right\} + eN_0 v_{en}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_i) - \\ - \frac{e}{m} \left\{ \nabla p_e - \frac{m}{M} \nabla p_i \right\}. \end{aligned}$$

В [61] показано, что гравитация не может привести к появлению достаточно больших токов. Кроме того, для крупномасштабных токовых систем с медленными изменениями характерных параметров в пространстве в этих уравнениях можно опустить и силы давления, считая, что $\nabla p_e = \nabla p_i = 0$. Кроме того, из определения средней скорости следует, что она близка по значению к скорости молекул $\mathbf{v} \approx \mathbf{v}_n + (N_0/N_{n0})\mathbf{v}_i \approx \mathbf{v}_n$. С учетом сделанных

замечаний, исключая из уравнений \mathbf{v}_i , получаем обобщенный закон Ома для слабоионизованной плазмы типа ионосферной:

$$\left(v_e + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in}} \right) \mathbf{j} - \frac{\omega_e}{\mathbf{B}_0} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) - \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in} B_0^2} \mathbf{B}_0 (\mathbf{j} \cdot \mathbf{B}_0) = \frac{e^2 N_0}{m} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0) \right\}. \quad (3.18)$$

Иногда из соотношения (3.18) удобно явно выразить \mathbf{j} через электрическое поле и скорость, вводя проводимости [61]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}' &= \mathbf{E} + (1/c) (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0) = \mathbf{E} + \mathbf{E}_d; \\ \sigma_{\parallel} &= \frac{e^2 N_0}{m v_e}; \sigma_{\perp} = \frac{e^2 N_0 (v_e v_{in} + \omega_e \omega_i) v_{in}}{m (v_e^2 v_{in}^2 + \omega_e^2 \omega_i^2 + \omega_e^2 v_{in}^2)}; \\ \sigma_H &= \frac{e^2 N_0 v_{in}^2 \omega_e}{m (v_e^2 v_{in}^2 + \omega_e^2 \omega_i^2 + \omega_e^2 v_{in}^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Здесь \mathbf{E}_{\parallel} и \mathbf{E}'_{\perp} — составляющие поля \mathbf{E}' в направлении B_0 и в перпендикулярном направлении. Вектор $\mathbf{E}_d = (1/c) (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0)$ называют динамо-полем. Проводимости σ_{\parallel} , σ_{\perp} и σ_H носят наименование продольной, поперечной (или педерсеновской) и холловской. Выражения для проводимостей получены для НЧ-процессов в пренебрежении силами давления. На рис. 3.2 приведено распределение проводимостей по высоте.

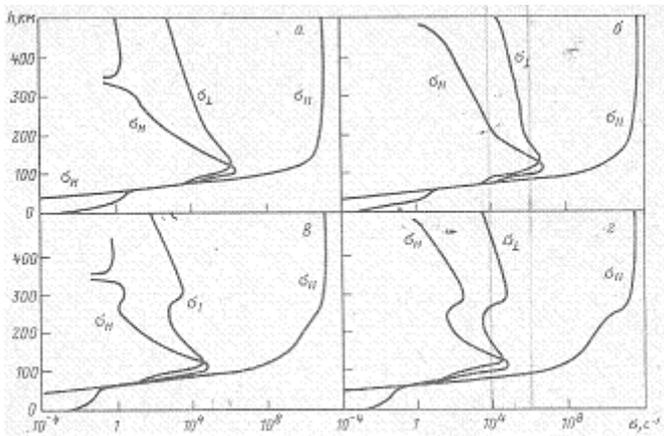


Рис. 3.2. Распределения проводимостей различного типа в ионосфере:

а — день, минимум солнечной активности; б — день, максимум солнечной активности; в — ночь, минимум солнечной активности; г — ночь, максимум солнечной активности

Для вывода замкнутой системы уравнений, описывающих распространение возмущений, закон сохранения импульса и уравнение непрерывности (3.17) необходимо дополнить уравнением состояния, связывающим возмущения давления и плотности. Ограничимся случаем распространения волн без диссипации. При этом связь между ρ и p описывается уравнением адиабаты $p\rho^{-\gamma} = const$. Из этого уравнения следует соотношение между полными производными по времени от давления и плотности

$$\partial p / \partial t = \gamma p / \rho^\gamma dp / dt.$$

Опуская в обеих частях равенства слагаемые второго и более высоких порядков, для возмущений давления и плотности получаем:

$$\partial p / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) p_0 = a^2 \left\{ \frac{\partial p}{\partial p} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) p_0 \right\}.$$

Подставив в правую часть равенства значение производной $\partial p / \partial t$ из уравнения непрерывности, выразим возмущение давления через скорость:

$$\partial p / \partial t = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) p_0 - a^2 \rho_0 (\nabla \cdot \mathbf{v}).$$

Дифференцируя по времени обе части второго равенства в (3.17), выражающего закон сохранения импульса, и используя связь между производными $\partial \rho / \partial t$, $\partial p / \partial t$ и скоростью \mathbf{v} , получаем уравнение, которое совместно с законом Ома (3.18) и уравнениями Максвелла образует замкнутую систему, описывающую распространение возмущений в неоднородной слабоионизованной ионосферной плазме, расположенной во внешнем магнитном поле \mathbf{B}_0 :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} &= \nabla \left[a^2 \operatorname{div} \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}) \right] + (\gamma - 1) \mathbf{g} (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \frac{\partial (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0)}{\partial t} \frac{1}{cMN_{n0}}; \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t}; \nabla \times \mathbf{b} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; \nabla \cdot \mathbf{b} = 0; \\ \left(v_e + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in}} \right) \mathbf{j} - \frac{\omega_e}{B_0} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) - \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in} B_0^2} \mathbf{B}_0 (\mathbf{j} \cdot \mathbf{B}_0) &= \\ &= \frac{e^2 N_0}{m} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

Уравнения медленных МГД-волн, получаемые из системы уравнений (3.4) при $\partial \mathbf{v}_i / \partial t \ll v_m v_i$, являются частным случаем системы (3.20) при $a = g = 0$, описывающей возмущение в однородной абсолютно сжимаемой среде. При отсутствии внешнего магнитного поля первое уравнение системы (3.20) переходит в уравнение АГВ в нейтральной атмосфере. Таким образом, система уравнений (3.20) позволяет анализировать эффекты, связанные с медленными МГД-волнами в неоднородной ионосферной плазме в присутствии силы тяжести.

3.2.ГИДРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

Развитие магнитной гидродинамики околоземной плазмы в значительной мере стимулировалось необходимостью интерпретации многочисленных наблюдений геомагнитных микропульсаций и возможностью диагностики параметров магнитосферы и солнечного ветра по характеристикам иеомагнитных микропульсаций. Дело в том, что электромагнитные поля в частотном диапазоне, соответствующем микропульсациям, распространяются в магнитосфере как гидромагнитные волны, и на этот процесс влияют как локальные характеристики магнитосферной плазмы, так и общая структура магнитосферы. Поэтому, начиная с ранних работ [64, 65], предпринимались попытки интерпретировать характеристики микропульсаций в терминах параметров магнитосферы Земли. Вместе с тем эти исследования служат экспериментальной проверкой различных следствий теории распространения гидромагнитных волн в плазме.

Основные свойства гидромагнитных волн достаточно хорошо изучены, как правило, в однородной плазме. Этому вопросу посвящены многочисленные обзоры и монографии, например [66, 67]. Ниже основное внимание будет уделено свойствам МГД-волн, связанным с характерными особенностями такого сложного образования, каким является околоземная плазма: многокомпонентностью, неоднородностью концентрации компонент, частот столкновения и внешнего магнитного поля. Менее важны в рассматриваемом круге вопросов неизотермичность и нестационарность плазмы, возможность химических реакций между компонентами плазмы, но, по-видимому, и они оказывают определенное влияние на распространение МГД-волн.

Первые работы по теории гидромагнитных волн были связаны с попытками объяснения характеристик микропульсаций, наблюдаемых на поверхности Земли. В этих работах микропульсации интерпретировались как собственные колебания магнитосферного

резонатора. Дальнейшие наблюдения за микропульсациями привели к выводу о существенном влиянии ионосферы на характеристики микропульсаций, наблюдаемых на поверхности Земли. Одним из стимулов развития теории гидромагнитных волн в ионосфере и объяснения на ее основе некоторых свойств микропульсаций послужил тот факт, что наблюдаемые при сильных взрывах в ионосфере вариации геомагнитного поля по своим характеристикам оказались близки к микропульсациям от естественных источников. Подобными оказались такие характеристики, как скорость распространения сигналов вдоль поверхности Земли, анизотропия распределения амплитуд сигналов на поверхности Земли (область, в которой наблюдаются вариации, вытянута вдоль магнитного меридиана), форма и спектр сигналов.

В результате того, что расположение источников гидромагнитных волн, наблюдаемых как естественные микропульсации геомагнитного поля, и сигналов, генерируемых при взрывах в ионосфере, существенно различно (первые располагаются на высоте порядка 104 км, см. гл. 1, а вторые на высоте 400 — 500 км), в [68] сделан вывод о том, что наблюдаемые характеристики геомагнитных микропульсаций формируются при распространении гидромагнитных волн в ионосфере Земли. Этот вывод оказался плодотворным и позволил на основе теории распространения гидромагнитных волн в ионосферной плазме объяснить некоторые особенности наблюдаемых микропульсаций. Фактически, в работах по теории гидромагнитных волн в ионосфере основные методы, развитые первоначально для описания волн в магнитосфере Земли, были модифицированы и использованы для анализа волновых процессов в ионосфере. Такое использование в исследованиях по динамике ионосферы методов, развитых в работах по волновым процессам в магнитосфере, оказалось достаточно полезным.. Так как успех этих исследований отчасти стимулировал и определил основные направления изучения медленных МГД-волн, целесообразно привести краткий обзор исследований гидромагнитных волн в ионосфере. Кроме того, такой обзор полезен потому, что вопросы влияния ионосферы на распространение гидромагнитных волн, определяющего наблюдаемые свойства микропульсаций, освещаются в книгах и многочисленных обзорах по микропульсациям значительно меньше, чем, например, вопросы распространения волн в магнитосфере и вопросы, связанные с источниками микропульсаций.

Проникновение гидромагнитных волн в ионосферу высоких широт. В гл. 1 суммированы основные свойства микропульсаций, которые наблюдаются в полярных областях. Анализ этих свойств позволяет предположить, что ионосфера существенно влияет на формирование сигнала. В [69] исследованы характеристики распространения вниз

плоской гидромагнитной волны в ионосфере. В этой работе произведено численное интегрирование уравнений распространения возмущений с использованием эмпирических параметров ионосферы, соответствующих дневным условиям в период максимума солнечной активности. Полученные результаты показали возможность распространения в ионосфере гидромагнитных волн с частотой меньше 1 с^{-1} . Более подробно влияние ионосферы на распространение микропульсаций исследовано в [68], где описана модель ионосферы, которая сохраняет основные свойства реальной ионосферы и позволяет получить аналитическое решение уравнений распространения гидромагнитных волн. Такой подход позволил проанализировать влияние изменения параметров ионосферы, связанного с временем суток и солнечной активностью, на характеристики сигнала, прошедшего через ионосферу. Следуя этой работе, рассмотрим распространение плоской волны вниз в ионосфере, расположенной в однородном вертикальном магнитном поле. В декартовой системе координат с осью z , направленной вертикально вниз, распространяется поперечная волна. На основе уравнений движения для компонент плазмы и уравнений Максвелла для величины $E = E_x - iE_y$ в [68] получено волновое уравнение, описывающее распространение в ионосфере гидромагнитных волн с частотами меньше 1 с^{-1} :

$$(v_{in} - i\omega_1)\Delta E = i(\omega_1 / u_a^2)(\partial / \partial t + v_{in})\partial E / \partial t. \quad (3.21)$$

Ионосферу можно разделить на три области, в каждой из которых выполняется определенное соотношение между параметрами v_{in} , ω_1 , ω .

Область Холла. Здесь выполняется неравенство $\omega \ll \omega_1 < v_{in}$. Область Холла является нижней частью ионосферы ($h = 80 \div 130$ км). Расположение ее границ не зависит от частоты волны. В этом интервале высот $\sigma_H \gg \sigma_{\perp}$. Уравнение (3.21) в области Холла имеет вид:

$$\Delta E = -i(\omega_1 / u_a^2)\partial E / \partial t$$

В этой области частота столкновений v_{in} больше двух других характерных частот ω_1 и ω , тем не менее волновое уравнение не содержит частоты столкновения. Определяющая роль столкновений в этой области проявляется в форме волнового уравнения.

Переходная область. Интервал высот, в котором расположена эта область, определяется неравенством $\omega < \nu_{in} < \omega_1$. Переходная область (иногда ее называют областью Педерсена, так как на этих высотах $\sigma_{\perp} \gg \sigma_H$) расположена в интервале высот от 130 до 350 км. Высота верхней границы зависит от частоты волны ω . Значение 350 км получено для $\omega = 0,3 \text{ с}^{-1}$.

Область Альвена. Здесь выполняется неравенство $\nu_{in} < \omega \ll \omega_1$. Область Альвена является верхней частью ионосферы и расположена выше 350 км. В этой области уравнение (3.21) преобразуется в уравнение для гидромагнитных волн, распространение которых не зависит от частоты столкновения:

$$\Delta E = (1/u_a^2) \partial^2 E / \partial t^2.$$

Область Холла и переходную область называют нижними слоями ионосферы, а область Альвена — верхними слоями ионосферы.

Волновое уравнение (3.21) для гармонической зависимости $E = \exp(-i\omega t)$ можно записать в виде

$$\partial^2 E / \partial z^2 + (\omega/c)^2 n^2(\omega, z) E = 0,$$

где показатель преломления

$$n^2(\omega, z) = (c/u_a) \omega_1 (\nu_{in} - i\omega) / \omega (\nu_{in} - i\omega_1). \quad (3.22)$$

Положительные значения ω соответствуют левополяризованной волне, которая называется L -модой, а отрицательные значения ω соответствуют правополяризованной волне, так называемой R -модой. При распространении вдоль магнитного поля эти моды не взаимодействуют друг с другом. Наиболее важные для распространения волн свойства рассмотренных выше трех областей ионосферы можно получить из выражения (3.22).

В области Альвена $\omega \gg \nu_{in}, \omega_1 \gg \nu_{in}$, следовательно, показатель преломления и $n(\omega, z) \rightarrow c/u_a$. Это хорошо известный результат, заключающийся в том, что обе моды распространяются без дисперсии и поглощения в области Альвена. В области Холла

$\omega \ll \nu_{in}, \omega_1 \ll \nu_{in}$. При выполнении этих неравенств $n(\omega, z) \approx (\omega_1/\omega)^{1/2}$. Свойства среды оказываются различными для этих мод. Для L -моды ($\omega > 0$) показатель преломления действителен и, следовательно, левополяризованная волна распространяется через область Холла без поглощения, но с дисперсией. Для R -моды показатель преломления чисто мнимый, что приводит к поглощению правополяризованной волны.

Влияние ионосферы на характеристики микропульсаций, наблюдаемых на поверхности Земли, определяется коэффициентом прохождения, т.е. отношением амплитуд прошедшей ионосферу и падающей на нее волн. Для нахождения этого коэффициента необходимо знать решение волнового уравнения в ионосфере. Вследствие того, что в ионосфере концентрация ионов изменяется с высотой значительно медленнее, чем концентрация молекул, в [69] принята следующая модель ионосферы. Альвеновская скорость считается постоянной, а частота столкновений ν_{in} убывает экспоненциально с высотой. Кроме того, среду в слое Земля — ионосфера полагают по ее свойствам эквивалентной вакууму, а проводимость Земли считают идеальной. В этой модели получено, что выражение для коэффициента прохождения L -моды имеет резонанс, частота которого возрастает при переходе от дневной ионосферы к ночной и от максимума солнечной активности к минимуму, что соответствует данным наблюдения Рс-колебаний. На рис. 3.3 приведены графики зависимости коэффициента прохождения от частоты для L -моды. Частота, соответствующая резонансу для дневной ионосферы, приблизительно равна $0,01 \text{ с}^{-1}$. Кроме того, анализ суточной вариации частотной зависимости коэффициента прохождения показывает, что ионосфера становится прозрачной для гидромагнитных волн с частотой больше или порядка 1 с^{-1} . Для дневной ионосферы коэффициент прохождения быстро убывает для частот более $0,05 \text{ с}^{-1}$. Полученная суточная вариация коэффициента прохождения гидромагнитных волн объясняет тот факт, что микропульсации типа "жемчужин", которые имеют частоту порядка $0,1 \text{ с}^{-1}$, преимущественно наблюдаются ночью. В дневной ионосфере эти микропульсации поглощаются в области Холла. Коэффициент прохождения R -моды ($\omega=0$) гидромагнитной волны убывает с частотой значительно быстрее по сравнению с коэффициентом прохождения L -моды. Поэтому прошедшая ионосферу гидромагнитная волна в основном L -типа, т.е. имеет левую поляризацию.

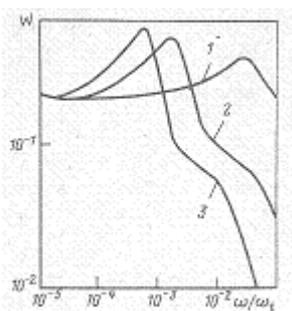


Рис. 3.3. Зависимость коэффициента прохождения W L -моды волны от частоты для различной концентрации ионов:

$N = 5 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ (1); 10^5 см^{-3} (2) и $5 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ [68]

В отличие от модели ионосферы, использованной в работе [69], в которой альвеновская скорость полагалась постоянной, наблюдается значительное увеличение этой скорости в интервале высот от 200 до 2000 км. Можно ожидать, что учет неоднородности альвеновской скорости приведет к изменению характеристик сигнала, наблюдаемого на поверхности Земли. Этот эффект был рассмотрен во многих работах. Так, в [70] исследованы фильтрующие свойства верхних слоев ионосферы и экзосферы, в которых плазма полагалась бесстолкновительной и неоднородной, так что альвеновская скорость имела максимальное значение на высоте 2000 км. Зависимость альвеновской скорости от высоты аппроксимировалась разбиением интервала высот на отрезки равной длины и заменой функции ее средним значением в каждом из отрезков. Для такой модели был численно рассчитан коэффициент прохождения. Результаты расчетов показали, что область экзосферы от высоты 2000 км, на которой альвеновская скорость максимальна, до нижней части верхних слоев ионосферы оказывает фильтрующее действие на гидромагнитные волны, распространяющиеся вниз. Другими словами, коэффициент прохождения имеет резонансы, наименьшая частота которых порядка $0,1 \text{ с}^{-1}$, т.е. на порядок больше частоты резонанса, связанного с распространением гидромагнитных волн в нижних слоях ионосферы, исследованный в работе [68]. Численные расчеты коэффициента прохождения для более реальной модели ионосферы с учетом столкновений ионов с молекулами были проведены в [31]. Расчеты подтвердили выводы [70]. Следовательно, можно считать, что в системе экзосфера — ионосфера существуют две области, обладающие различными фильтрующими свойствами. Коэффициент прохождения в верхнем фильтре, представляющем собой область от высот экзосферы 2000 км до верхних слоев ионосферы, имеет резонанс на частоте порядка $0,1 \text{ с}^{-1}$, а в нижнем фильтре, т.е. в области нижних слоев ионосферы, — на частоте около 0

015 с⁻¹. При распространении волн с больших высот необходимо учитывать влияние обоих фильтров на характеристики сигнала.

Проникновение гидромагнитных волн в ионосферу низких широт. Влияние ионосферы на характеристики сигнала, распространяющегося вниз в горизонтальном магнитном поле отличается от рассмотренного выше случая распространения в вертикальном магнитном поле. В [71] исследованы спектральные характеристики коэффициента прохождения гидромагнитных волн при распространении их в горизонтальном магнитном поле. Для решения этой задачи выбрана следующая модель ионосферы. Ионосфера представляет собой плоскостойкую среду. В интервале высот от 80 до 500 км альвеновская скорость постоянна, а частота столкновений ионов с молекулами экспоненциально убывает. В интервале высот от 500 до 2000 км альвеновская скорость экспоненциально возрастает, а частота столкновений равна нулю. Выше 2000 км альвеновская скорость постоянна, плазма бесстолкновительная. Для монохроматических волн из уравнений Максвелла и уравнений движения компонент ионосферной плазмы получаем уравнения:

$$(\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E})) = (4\pi i \omega / c^2) \mathbf{j};$$

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{1}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{1}) + \sigma_1 (\mathbf{E} - \mathbf{1}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{1})) + \sigma_2 (\mathbf{E} \times \mathbf{I}); \mathbf{I} \equiv \mathbf{B}_0 / B_0,$$

где проводимости в законе Ома определяются выражениями:

$$\sigma_0 = e^2 N_0 \left\{ \frac{1}{M(v_{in} - i\omega)} + \frac{1}{m(v_e - i\omega)} \right\};$$

$$\sigma_1 = e^2 N_0 \left\{ \frac{v_{in} - i\omega}{M[(v_{in} - i\omega)^2 + \omega_i^2]} + \frac{v_e - i\omega}{m[(v_{in} - i\omega)^2 + \omega_e^2]} \right\};$$

$$\sigma_2 = e^2 N_0 \left\{ \frac{\omega_i}{M[(v_{in} - i\omega)^2 + \omega_i^2]} + \frac{\omega_e}{m[(v_e - i\omega)^2 + \omega_e^2]} \right\}.$$

Записывая проекции уравнений на оси декартовой системы координат (ось z направлена вертикально вниз и магнитное поле ориентировано вдоль оси x), получаем волновые уравнения для обыкновенной и необыкновенной моды волны.

Обыкновенная мода (свойства волны не зависят от внешнего магнитного поля \mathbf{B}_0) удовлетворяет уравнению

$$d^2 E_x / dz^2 + (4\pi i \omega \sigma_0 / c^2) E_x = 0.$$

Необыкновенная мода (свойства волны зависят от внешнего магнитного поля) удовлетворяет уравнениям:

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + \frac{4\pi i \omega (\sigma_1 + i\sigma_2)(\sigma_1 - i\sigma_2)}{c^2 \sigma_1} E_y = 0; E_z = (\sigma_2 / \sigma_1) E_y.$$

Необыкновенная волна линейно поляризована в плоскости (x, y) и эллиптически поляризована в плоскости (y, z) .

В ионосфере на высотах более 80 км имеют место неравенства $\omega \ll \omega_1 \ll \omega_e; v_e \ll \omega_e; m v_e \ll M v_{in}$, которые позволяют волновое уравнение для необыкновенной волны привести к виду

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} + \frac{\omega(\omega + i v_{in}) \omega_e \omega_1}{u_a^2 (\omega_e \omega_1 - v_e v_{in})} E_y = 0. \quad (3.23)$$

Рассмотрим свойства волн на различных высотах в ионосфере, основываясь на уравнении (3.23). Для $h > 300$ км и волн с периодом менее 100 с выполняются неравенства $\omega \gg v_{in}; \omega_e \omega_1 \gg v_e v_{in}$. Следовательно, уравнение (3.23) переходит в уравнение для распространения гидромагнитных волн с альвеновской скоростью без поглощения $d^2 E_y / dz^2 + (\omega / u_a)^2 E_y = 0$. Это область Альвена. На более низких высотах, где выполняется неравенство $\omega \ll v_{in}$, уравнение (3.23) имеет вид:

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} + i \frac{\omega v_{in}}{u_a^2} \frac{\omega_e \omega_1}{\omega_e \omega_1 + v_e v_{in}} E_y = 0.$$

На этих высотах квадрат показателя преломления, который является коэффициентом перед неизвестным во втором слагаемом уравнения, чисто мнимый. Следовательно,

гидромагнитные волны поглощаются ниже области Альвена. Этот факт приводит к существенному отличию свойств распространения гидромагнитных волн в низкие широты от свойств их распространения в высокие широты, рассмотренных выше, а именно было показано, что при распространении в высокие широты левополяризованная мода волны проходит через область Холла в нижних слоях ионосферы без поглощения. Кроме того, при распространении волн в низкие широты показатель преломления в нижних слоях ионосферы существенно зависит от частот столкновения, т.е. от параметра $v_e v_{in} / \omega_e \omega_i$, в то время как при распространении в высокие широты в области Холла показатель преломления не зависит от частот столкновения.

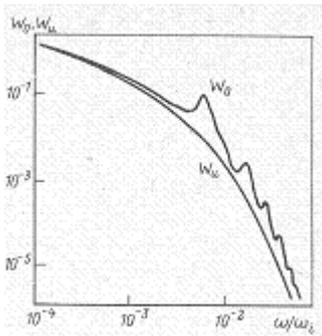


Рис. 3.4. Зависимость коэффициента прохождения ионосферы $W_{И}$ и полного коэффициента прохождения W_0 от частоты [71]

Из уравнения (3.23) в [71] получены частотные зависимости коэффициента прохождения нижних слоев ионосферы $W_{И}$ полного W_0 коэффициента прохождения системы ионосфера — экзосфера (рис. 3.4). Полученные результаты свидетельствуют о том, что полный коэффициент прохождения в дневное время быстро убывает с увеличением частоты и имеет серию резонансов малой амплитуды. Ионосферный коэффициент прохождения не имеет резонансов. Следовательно, появление максимумов в спектре прошедшего сигнала связано с фильтрующими свойствами экзосферы и верхних слоев ионосферы. Эти свойства отличаются от фильтрующих свойств среды при распространении волн в высокие широты, при котором коэффициент прохождения ионосферы имеет резонанс.

Взаимодействие импульсов гидромагнитных волн с ионосферой. Флуктуации (на поверхности Земли) геомагнитного поля от импульсного источника, расположенного на большой высоте, теоретически исследованы в [72]. Они являются следствием широкополосного возбуждения ионосферных и экзосферных резонансных колебаний, рассмотренных выше. В работе показано, что в течение короткого промежутка времени после действия источника в сигнале быстро становятся доминирующими нижние резонансные частоты. В дневных условиях сигнал на поверхности Земли левополяризован, а в ночное время поляризация сигнала соответствует поляризации источника.

Временная зависимость сигнала от импульсного источника на поверхности Земли определяется спектральными свойствами системы Земли— ионосфера — экзосфера. Временную зависимость магнитных флуктуаций можно интерпретировать как суперпозицию различных ионосферных и экзосферных резонансных колебаний. В качестве модели источника в [72] выбран импульсный ток, протекающий в тонком слое параллельно поверхности Земли на высоте $z = z_s$: $\mathbf{j} = \mathbf{j}_0 \delta(z - z_s) \delta(t)$. Модель ионосферы аналогична используемой выше при рассмотрении вопросов, связанных с распространением гидромагнитных волн в высокие широты. Уравнение для $E = E_x - iE_y$ имеет вид:

$$d^2 E / dz^2 + \omega^2 / c n^2(\omega, z) E = -S_0 \omega \delta(z - z_s), S_0 = (4\pi i / c^2) (j_{0x} - i j_{0y}).$$

Выражение для показателя преломления и $n(\omega, z)$ приведено в начале настоящего параграфа. Решение волнового уравнения с источником в принятой модели ионосферы и интегрирование фурье-компоненты возмущения магнитного поля по частотам позволяет получить зависимость возмущения магнитного поля $b(t)$ на поверхности Земли (рис. 3.5). Сразу после начала действия источника в дневное время в сигнале наблюдаются ВЧ-составляющие, которые быстро поглощаются. Через несколько секунд вклад дают главным образом два резонанса. Наиболее ярко выражены в сигнале колебания с периодом около 5 с, которые соответствуют экзосферному резонансу. Кроме того, наблюдаются колебания с периодом около 45 с значительно меньшей амплитуды, которые соответствуют ионосферному резонансу. Поскольку при распространении в дневной ионосфере L -мода гидромагнитной волны не поглощается в области Холла, а R -мода поглощается, сигнал на поверхности Земли левополяризован. Сигнал, рассчитанный для ночных условий распространения гидромагнитных волн, отличается от сигнала, рассмотренного выше. В нем наблюдаются колебания с периодом 2 с, соответствующие экзосферному резонансу. Так как L - и R -моды гидромагнитной волны в экзосфере распространяются одинаково, поляризация сигнала на поверхности Земли соответствует поляризации источника.

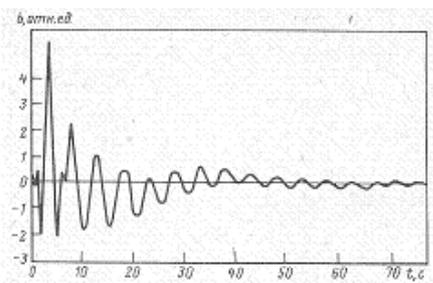


Рис. 3.5. Зависимость флуктуации магнитного поля на поверхности Земли от времени [72]

Волноводное распространение гидромагнитных волн в ионосфере. Вопросы, связанные с характером распространения гидромагнитных волн в ионосферном волноводе, возникающем в результате минимальной альвеновской скорости в слое F_2 , рассмотрены в [72 — 74]. Данные наблюдения свидетельствуют о возможности распространения в волноводе гидромагнитных волн в частотном диапазоне микропульсаций Pc 1. Сигнал в частотном диапазоне Pc 1 распространяется со скоростью, близкой к 700 км/с, что по порядку величины соответствует скорости распространения гидромагнитных волн в слое F_2 . Кроме того, приведенные в гл. 1 свойства микропульсаций Pc 1 показывают, что сигнал приходит сначала в высокие широты и распространяется к экватору со скоростью около 900 км/с.

Развитие теории волноводного распространения гидромагнитных волн в ионосфере стимулировалось двумя обстоятельствами. Во-первых, исчезновением НЧ-составляющих сигнала с уменьшением широты расположения станции наблюдения. Указанное свойство микропульсаций является следствием существования НЧ-границы спектра волн, распространяющихся в ионосферном волноводе. Это приводит к экспоненциальному затуханию НЧ-составляющих сигнала, который формируется в высоких широтах и распространяется к экватору. Во-вторых, как отмечалось в гл. 1 при обсуждении характеристик микропульсаций, сигнал наблюдается на поверхности Земли в области, вытянутой вдоль магнитного меридиана. Было показано, что скорость сигнала значительно больше при распространении его вдоль магнитного меридиана. Эти данные указывают на то, что гидромагнитные волны каналируются в геомагнитном направлении север — юг.

Первые работы по исследованию волноводных характеристик распространения гидромагнитных волн основывались на анализе квазиклассического решения волнового уравнения в неоднородном волноводе. В рамках такого подхода ослабление низких частот в сигнале связывалось с поглощением волн в результате столкновений в нижних слоях ионосферы. С уменьшением частоты поглощение возрастает, что приводит к ослаблению НЧ-составляющих в сигнале. Однако такая модель волноводного распространения гидромагнитных волн не может объяснить ослабление низких частот в сигнале при его распространении в ночной ионосфере, в которой поглощение практически отсутствует. Другой подход в исследовании волноводных характеристик гидромагнитных волн развит в [74]. Свойства ионосферного волновода в этой работе получены на основе решения волнового уравнения в модельном волноводе, изменение параметров которого с высотой моделировалось аналитическими функциями, позволяющими получить решение волнового

уравнения. Для монохроматических волн электрическое поле гидромагнитной волны определяется из уравнений [74]:

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= (4\pi i \omega / c^2) \mathbf{j}; \\ \mathbf{j} &= \sigma_0 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{1}) + \sigma_1 (\mathbf{E} - \mathbf{1}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{1})) + \sigma_2 (\mathbf{E} \times \mathbf{1}); \mathbf{1} \equiv \mathbf{B}_0 / B_0\end{aligned}$$

В ионосфере $\sigma_0 \gg \sigma_1, \sigma_2$, следовательно, $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{1}) = 0$. Проводимости σ_1 , σ_2 определяются частотой столкновения ионов с молекулами:

$$\sigma_1 = \frac{c^2 \omega_i^2}{4\pi u_a^2} \frac{v_{in} - i\omega}{\omega_i^2 + (v_{in} - i\omega)^2}; \sigma_2 = -\frac{v_{in} - i\omega}{\omega_i} \sigma_1.$$

Рассматривается распространение волн в плоскости магнитного меридиана, совпадающего с плоскостью (x, z) декартовой системы координат с осью z , направленной вверх. Внешнее однородное магнитное поле \mathbf{B}_0 направлено под углом φ к оси z . В выбранной системе координат распространение волны описывается системой двух уравнений относительно двух неизвестных компонент вектора электрического поля E_x и E_y :

$$\begin{aligned}\left(\frac{d^2}{dz^2} + \frac{4\pi i \omega}{c^2} \sigma_1 - k^2 \right) E_y - \frac{4\pi i \omega}{c^2} \frac{\sigma_2}{\cos \varphi} E_x &= 0; \\ \left(\frac{d^2}{dz^2} + \frac{4\pi i \omega}{c^2} \frac{\sigma_2}{\cos^2 \varphi} \right) \exp(ikz \operatorname{tg} \varphi) E_x + \frac{4\pi i \omega}{c^2} \frac{\sigma_2}{\cos \varphi} \exp(ikz \operatorname{tg} \varphi) E_y &= 0\end{aligned}$$

Решение этой системы однородных уравнений позволяет получить дисперсионные соотношения, которые определяют основные свойства волновода. Решение системы найдено в [74] для волновода, в котором в интервале высот от 80 до 400 км альвеновскую скорость полагали постоянной, а выше — экспоненциально возрастающей. Получено соотношение между комплексным волновым вектором k и частотой волны ω . Зависимость действительной части k от частоты ω определяет фазовую и групповую скорости, а зависимость мнимой части от ω — поглощение каждой из волноводных мод. Получено, что все моды волн, распространяющихся в волноводе, включая самую низкочастотную, имеют нижнюю граничную частоту. Волны с более низкими частотами в волноводе

экспоненциально убывают. Следовательно, нижняя граничная частота НЧ-моды — наименьшая частота волны, которая может распространяться в волноводе. Для ночной ионосферы в период минимума солнечной активности рассчитанное значение этой частоты составляет $0,4 \text{ с}^{-1}$ и согласуется с наблюдаемым.

В [74] сделан вывод о том, что НЧ-граница спектра Рс 1 определяется свойствами ионосферного волновода, т.е. граничными условиями, а не поглощением волн в нижних слоях ионосферы. Для волн с частотой порядка нижней граничной частоты волновода длина ослабления изменяется в зависимости от времени суток. Расчеты [74] показывают, что в дневной ионосфере эта длина порядка сотен, а в ночной ионосфере порядка тысяч километров, поэтому волноводный характер распространения сигналов должен наблюдаться преимущественно ночью. Этот вывод теории согласуется с результатами наблюдения микропульсаций в спектральном интервале Рс 1.

Спектральные характеристики сферического резонатора гидромагнитных волн.

С уменьшением частоты гидромагнитных волн в ионосфере их длина становится сравнимой с размером Земли. В этом случае при изучении характеристик распространения гидромагнитных волн необходимо учитывать сферичность ионосферного волновода, который по существу является сферическим резонатором. Исследование спектральных характеристик такого резонатора проведено в [75]. В качестве исходных использовались уравнения (3.4) для полностью ионизованной ($v_{in} \rightarrow 0$) плазмы:

$$\begin{aligned} MN_0 \partial \mathbf{v}_i / \partial t &= (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) / c; \mathbf{E} = -(1/c)(\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0); \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -(1/c) \partial \mathbf{b} / \partial t; \nabla \times \mathbf{b} = (4\pi/c) \mathbf{j}, \end{aligned}$$

которые сводятся к уравнению для вектора электрического поля

$$\partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2 - (u_a^2 / B_0^2) \left(((\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E})) \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0 \right) = 0.$$

В полярной системе координат (r, ν, φ) для магнитодипольного внешнего поля $B_0(B_r, B_\nu, 0)$ получаем уравнения для E_φ и $v_{i\varphi}$:

$$\left\{ \frac{1}{u_a^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{\sin \nu}{r^2} \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{\sin \nu} \frac{\partial}{\partial \nu} \right\} r \sin \nu E_\varphi = 0;$$

$$\left\{ \frac{1}{u_a^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{B_0^2 (r \sin \nu)^2} \left((\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) (r \sin \nu)^2 (\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \right) \right\} \frac{v_{i\varphi}}{r \sin \nu} = 0$$

Первое уравнение описывает полоидальные колебания компонент возмущений $E_\varphi, b_r, b_\varphi, v_{ir}, v_{i\varphi}$. Векторы возмущения магнитного поля и скорости в этих колебаниях расположены в плоскости магнитного меридиана. Направление вектора Пойнтинга для этой моды колебаний не совпадает с направлением вдоль магнитной силовой линии. Второе уравнение описывает тороидальные колебания, в которых векторы возмущений содержат компоненты $E_r, E_\nu, b_\varphi, v_{i\varphi}$. В этом случае магнитные силовые линии совместно с плазмой колеблются в азимутальном направлении. Вектор Пойнтинга направлен вдоль магнитных силовых линий. Тороидальные колебания содержат гидромагнитные волны, каналируемые вдоль магнитных силовых линий. В [75] спектральная плотность энергии в волноводе получена на основе решения уравнения для тороидального электрического поля E_φ с соответствующими граничными условиями. Поверхность Земли представляется идеально проводящей сферой радиусом $r = a$. Шаровой слой $a < r < b$ между поверхностью Земли и ионосферой — вакуум. В ионосфере при $r > b$ увеличение альвеновской скорости с радиусом r моделируется экспонентой. В приведенном выше уравнении разделяются переменные с помощью представления решения в виде

$$\chi \equiv R \sin \nu E_\varphi = \begin{cases} F_n(R) P_n(\cos \nu), n = 1, 2, \dots, \\ F_0(R) (\cos \nu), n = 0; \end{cases} .$$

$$R \equiv r/a$$

Радиальная функция $F(R)$ удовлетворяет уравнению

$$d^2 F_n / dR^2 + (a^2 \omega^2 / u_a^2(R) - n(n+1) / R^2) F_n = 0.$$

Полагая $u_a = A_0 \exp(\alpha a(R - R_0))$, где A_0 — минимальное значение альвеновской скорости, решение для $n = 0$ выразим через функцию Бесселя:

$$F = Z_0(\omega / \alpha u_a)$$

Граничные условия позволяют получить уравнение для определения спектра

$$J_0(\chi_{0m})N_0(k\chi_{0m}) - J_0(k\chi_{0m})N_0(\chi_{0m}) = 0.$$

Здесь $u_a(b) = A_0$; $\chi_{0m} = \omega_{0m} / \alpha A_0$; $k = A_0 / A_m$; A_m и A_0 — максимальное и минимальное значение альвеновской скорости.

На рис. 3.6 приведен график спектра мощности *SC*-вариаций геомагнитного поля. Видно, что он имеет линейчатый характер. Сопоставление рассчитанных из (3.24) собственных частот сферического резонатора с наблюдаемыми, проведенное в [75], позволяет заключить, что спектральные линии могут быть связаны с резонансными свойствами сферического ионосферного резонатора гидромагнитных волн.

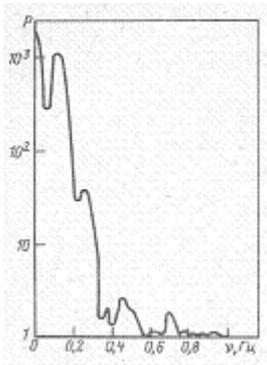


Рис. 3.6. Спектр мощности *SC* [75]

Гидромагнитные волны в нижних слоях ионосферы. Исследования динамики ионосферной плазмы показали, что с уменьшением частоты альвеновских волн, т.е. при $\omega \leq \nu_{in}$, необходимо в уравнениях движения ионов учитывать их столкновения с молекулами, что приводит к дисперсии и затуханию волн. Учет столкновений ионов с молекулами в спектральном интервале микропульсаций, необходимый в нижней части ионосферы, приводит к уменьшению фазовой скорости волны по сравнению с более высокочастотной гидромагнитной волной. Основу для исследования таких волн положила работа [65], в которой было показано, что при распространении гидромагнитных волн ионосфера по отношению к электромагнитным волнам ведет себя как анизотропно проводящая среда, если частота столкновений ионов с молекулами значительно больше частоты волны. Закон дисперсии такой волны совпадает с законом дисперсии электромагнитной волны в

проводнике. К такому же закону дисперсии приводит исследование процесса распространения волн, основанное на кинетических уравнениях для компонент плазмы [76]. Выражение для фазовой скорости в F -области ионосферы, полученное в этой работе, имеет вид:

$$v_{\Phi} = u_a \sqrt{2\omega / \nu_{in}}.$$

В этой работе предполагалось, что одним из проявлений модифицированных альвеновских волн являются пульсации в интервале периодов 30—1000 с. Такое предположение основано на сопоставлении рассчитанных и измеренных значений скоростей волн, распространяющихся в E -слое ионосферы, и микропульсаций.

Так как проводимость ионосферы представляет собой тензор, компоненты которого изменяются в зависимости от высоты, распространение МГД-волн в такой среде носит довольно сложный характер. Исследование высотной зависимости фазовой скорости модифицированной альвеновской волны в интервале частот $1-10^{-3} \text{ с}^{-1}$ при распространении ее вниз в горизонтальном магнитном поле проведено в [31]. Показано, что как для дневных, так и для ночных условий распространения фазовая скорость и коэффициент поглощения имеют минимум в E -слое ионосферы (рис. 3.7).

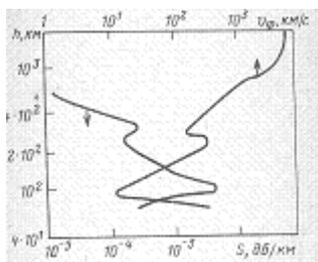


Рис.3.7. Фазовая скорость v_{Φ} и коэффициент S поглощения гидромагнитной волны [31] (частота 10^{-3} с^{-1})

Следовательно, в этой области возможно волноводное распространение энергии в горизонтальном направлении.

Рассмотрим распространение волн в E -слое ионосферы. В качестве исходных используем уравнения Максвелла и закон Ома (3.7) для интервала частот $\nu_{ni} \ll \omega \ll \nu_{in}$. Уравнение для электрического поля, возбуждаемого сторонним током \mathbf{j}_c , имеет вид:

$$(\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E})) + \frac{\omega_i}{u_a^2} \hat{G} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{4\pi}{c} \frac{\partial \mathbf{j}_c}{\partial t}. \quad (3.25)$$

В декартовой системе координат с осью z , направленной вверх, и магнитным полем \mathbf{B}_0 вдоль оси x

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} G_0 & 0 & 0 \\ 0 & G_1 & G_2 \\ 0 & G_2 & G_1 \end{pmatrix},$$

где

$$G_0 = \frac{\omega_e}{\nu_e}; G_1 = \frac{q_1}{1+q_1^2}; G_2 = \frac{q_1^2}{1+q_1^2}; q_1 = \frac{\omega_e \nu_{in}}{\omega_e \omega_1 + \nu_e \nu_{in}}.$$

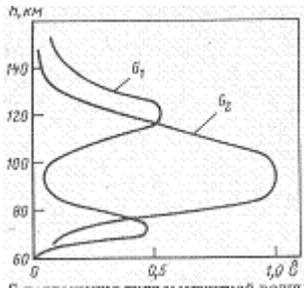


Рис. 3.8. Распределение элементов матрицы \hat{G} по высоте

Зависимость функций G_1 , G_2 от высоты приведена на рис. 3.8. В пренебрежении недиагональными элементами (в негиротропной среде) уравнение (3.25) описывает затухание электрического поля в среде с анизотропной проводимостью. Существование волн обусловлено наличием недиагональных элементов у матрицы \hat{G} , т.е. гиротропией среды. Следовательно, эти волны можно назвать *гиротропными*. В пренебрежении диагональными элементами матрицы \hat{G} гиротропные волны распространяются без поглощения. Поперек магнитного поля гиротропные волны не распространяются. При продольном распространении этих волн без поглощения в тонком слое, расположенном на высоте E -слоя ионосферы, анализ дисперсионных соотношений приводит к выражению для фазовой скорости

$$v_\Phi = \left(u_a^2(0) / \omega_i z_1 \right)^{2/3} (2z_1)^{1/3} \omega^{1/3}; v_{ГП} = (3/2)v_\Phi,$$

где z_1 — толщина слоя; $u_a(0)$ — альвеновская скорость в слое. Импульсная функция гиротропных волн, возбуждаемых источником со спектральными характеристиками акустического импульса, прошедшего от поверхности Земли до ионосферы, в безразмерных координатах $X = x/x_*$ и времени $T = t/t_*$, т.е. безразмерная компонента электрического поля ε имеет вид:

$$\varepsilon = \frac{X^{9/2}}{T^5} \exp\left(-\frac{X^6}{T^6}\right) \cos\left(\frac{X^3}{T^2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

где $x_* = 3(2z_1)^{1/3} (u_a^2(0)/\omega_i z_1)^{3/2} \omega_b^{-2/3}$; $t_* = 2\omega_b^{-1}$; ω_b — частота, ограничивающая спектр источника за счет поглощения акустических волн в атмосфере. В реальном масштабе времени, отсчитываемом от момента инициирования возмущения, сигнал на расстоянии 4500 км от источника изображен на рис. 3.9.

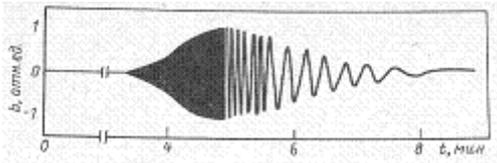


Рис. 3.9. Форма сигнала на расстоянии 4500 км от источника

Осцилляции на фронте сигнала неразличимы в масштабе графика. Свойства теоретически рассчитанных возмущений геомагнитного поля согласуются с результатами, полученными при анализе записей геомагнитного поля на различных геомагнитных обсерваториях после нескольких крупных землетрясений. Проведенный анализ выявил существование волн в ионосфере, распространяющихся в виде цуга и характеризующихся частотами $1 - 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. Пример таких записей, полученных на расстояниях 4300 км (1) и 5000 км (2) от Аляски (землетрясение 28 марта 1964 г.), приведен на рис. 3.10.

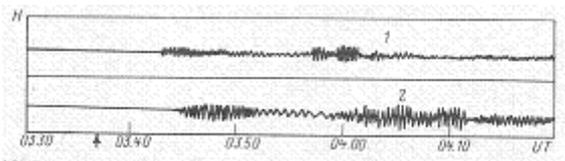


Рис. 3.10. Вариации геомагнитного поля, инициированные звуковой волной землетрясения. Стрелкой отмечен момент начала землетрясения

В согласии с теорией фронт сигнала образуют наиболее высокочастотные составляющие, распространяющиеся со скоростью около 20 км/с. С течением времени частота осцилляции убывает. Суммарная длительность сигнала увеличивается с расстоянием так, что на расстоянии порядка 10^3 км она составляет 10^2 с, а на расстоянии $5 \cdot 10^3$ км — порядка 10^3 с.

3.3. МЕДЛЕННЫЕ МГД-ВОЛНЫ В ИОНОСФЕРЕ

Интерес к исследованию медленных МГД-волн, полностью или частично вовлекающих в движение молекулы, появился в связи с наблюдениями вариаций геомагнитного поля, вызванных интенсивными гидродинамическими явлениями в атмосфере (сильными взрывами, извержениями вулканов, землетрясениями, цунами и т.п.). Такие вариации характеризуются периодом порядка 1 ч и скоростью распространения около 1 км/с. Как было показано выше, возмущения переносятся в ионосфере медленной МГД-волной, если их частоты $\omega \leq v_{ni}$ [77, 78]. Рассмотрим медленные МГД-волны в ионосфере, следуя работе [78] и пренебрегая эффектами, связанными с влиянием гравитации на их характеристики, и кинетическим давлением плазмы по сравнению с магнитным. Уравнения, описывающие медленные МГД-волны в этом приближении, получаются или из системы (3.4), если положить в ней $\partial/\partial t \ll v_{in}; v_n \sim v$, или из системы (3.20) в пределе $g \rightarrow 0; a \rightarrow 0$. И в том и в другом случае получим:

$$\left. \begin{aligned} \partial \mathbf{v} / \partial t &= (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) / c M N_{n0}; \nabla \times \mathbf{B} = (4\pi / c) \mathbf{j}; \nabla \times \mathbf{E} = -(1/c) \partial \mathbf{b} / \partial t; \\ \left(v_e + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in}} \right) \mathbf{j} - \frac{\omega_e}{B_0} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) - \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in} B_0^2} \mathbf{B}_0 (\mathbf{j} \cdot \mathbf{B}_0) &= \frac{e^2 N_0}{m} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

Эти уравнения описывают возмущения в абсолютно сжимаемой плазме без вязкости, обладающей анизотропной и гиротропной проводимостью. Будем рассматривать распространение волны вертикально вверх в плоскостной ионосфере. В этом случае производные по горизонтальным координатам в системе (3.26) обращаются в нуль. Для определения типов волн, описываемых уравнениями (3.26), будем полагать, что коэффициенты постоянны и равны своим значениям на той высоте, на которой определяются характеристики возмущений, т.е. будем считать ионосферу квазиоднородной. Это позволяет зависимость неизвестных величин от координаты вдоль направления неоднородности представить в виде экспоненты. Таким образом, в декартовой системе координат (x, y, z) с осью z , направленной вверх, рассматриваем дисперсионные характеристики плоских волн $\exp(-i\omega t + ikz)$.

Внешнее однородное магнитное поле \mathbf{B}_0 расположено в плоскости (x, z) под углом α к оси Oz . В выбранной системе координат запишем компоненты уравнений (3.26):

$$\left. \begin{aligned}
& \left(v_e + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in}} + i \frac{N_0 \omega_e \omega_i}{N_{n0} \omega} \right) j_y + \omega_e \cos \alpha \cdot j_x = \frac{e^2 N_0}{m} E_y; \\
& -\omega_e \cos \alpha \cdot j_y + \left(v_e + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in}} + i \frac{N_0 \omega_e \omega_i}{N_{n0} \omega} \right) j_x = \frac{e^2 N_0}{m} E_x; \\
& j_z = 0; (4\pi/c) j_x = -ikb_y; (4\pi/c) j_y = -ikb_x; \\
& i(\omega/c)b_x = -ikE_y; i(\omega/c)b_y = -ikE_x; \\
& v_x = \frac{iB_0 \cos \alpha}{\omega c M N_{n0}} j_y; v_y = -\frac{iB_0 \cos \alpha}{\omega c M N_{n0}} j_x; v_z = -\frac{iB_0 \cos \alpha}{\omega c M N_{n0}} j_y.
\end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

Введем комплексный показатель преломления $\tilde{n} = (c/\omega)k = n + i\kappa$ и получим дисперсионное уравнение, описывающее распространение волны (3.27):

$$\left[\tilde{n}^2 - \frac{c^2}{u^2} \frac{iv_1}{\omega + iv_1} \right] \cdot \left[\tilde{n}^2 - \frac{c^2}{u^2} \frac{iv_2(\alpha)}{\omega + iv_2(\alpha) \cos^2 \alpha} \right] + \tilde{n}^4 \frac{\omega^2 q_1 q_2(\alpha)}{(\omega + iv_1) [\omega + iv_2(\alpha) \cos^2 \alpha]} = 0, \quad (3.28)$$

где:

$$v_2(\alpha) = v_{ni} \frac{\omega_e \omega_i}{v_e v_{in} + \omega_e \omega_i \cos^2 \alpha}; \quad q_1 = \frac{v_1 N_{n0}}{\omega_i N_0}; \quad q_2(\alpha) = \frac{v_2(\alpha) N_{n0} \cos^2 \alpha}{\omega_i N_0}.$$

$$\text{При } \alpha = 0 \Rightarrow v_2 = v_1; \quad q_2 = q_1, \text{ а при } \alpha = \pi/2 \Rightarrow v_2 = \frac{\omega_e \omega_i N_0}{v_e N_{n0}}; \quad q_2 = 0.$$

Используя зависимости v_{in}, v_e от высоты, представленные на рис.1.11, и значения $\omega_e = 5 \times 10^6 \text{ c}^{-1}$, $\omega_i = 2 \times 10^2 \text{ c}^{-1}$, получаем, что q_1 изменяется от 1 при $h \approx 120$ км до 10^{-4} при $h \approx 700$ км. В этом интервале высот $q_1 \approx v_{in}/\omega_i$. При $h < 80$ км $q_1 \approx \omega_e/v_e \ll 1$ (рис.3.11).

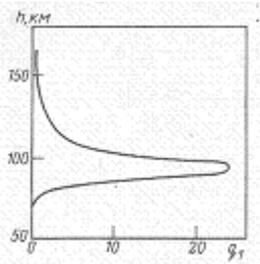


Рис. 3.11. Зависимость q_1 от высоты

Следовательно, $q_1 \ll 1$ везде, за исключением тонкого слоя в интервале высот от 80 до 120 км, в котором $q_1 \approx 25$.

Рассмотрим высоты больше 120 км. Так как $q_2 < q_1$, на этих высотах можно пренебречь последним слагаемым в уравнении (3.28). Таким образом, выше 120 км в слабоионизированной ионосферной плазме независимо распространяются волны двух типов: первый (волна 1) с дисперсионным уравнением

$$\tilde{n}_1^2 = (c^2 / u^2) i v_1 / (\omega + i v_1) \quad (3.29)$$

и второй (волна 2) с дисперсионным уравнением

$$\tilde{n}_2^2 = (c^2 / u^2) i v_2(\alpha) / (\omega^2 + i v_2(\alpha) \cos^2 \alpha). \quad (3.30)$$

Из системы (3.27) получаем поляризацию волн 1 и 2. В волне 1, определяемой дисперсионным уравнением (3.29), отличны от нуля компоненты v_x , v_z и b_x , которые связаны между собой соотношениями:

$$v_x = -\frac{B_0 \cos \alpha}{4\pi M N_{n_0}} \frac{k}{\omega} b_x; v_z = \frac{B_0 \sin \alpha}{4\pi M N_{n_0}} \frac{k}{\omega} b_x; \frac{v_z}{v_x} = -\operatorname{tg} \alpha.$$

В волне 2, определяемой дисперсионным уравнением (3.30), отличны от нуля компоненты v_y и b_y :

$$v_y = -\frac{B_0 \cos \alpha}{4\pi M N_{n_0}} \frac{k}{\omega} b_y.$$

Характерная скорость волн 1 и 2 $u = B_0 (4\pi M N_{n_0})^{-1/2}$ определяется концентрацией молекул в отличие от альвеновской скорости $u_a = B_0 (4\pi M N_{n_0})^{-1/2}$, определяемой концентрацией ионов. Это приводит к уменьшению на два порядка значения скорости волн 1 и 2 по сравнению с альвеновской. Будем называть волну 1 *медленной магнитно-звуковой волной*, а волну 2 — *медленной альвеновской волной*, исходя из того, что скорости волн 1 и 2 много меньше альвеновской, и основываясь на аналогии поляризаций этих волн с поляризацией магнитно-звуковой и альвеновской волн.

При продольном распространении ($\alpha = 0$), как следует из уравнения (3.30), $\tilde{n}_2 = \tilde{n}_1$, т.е. волны 1 и 2 имеют одинаковую дисперсию. При поперечном распространении ($\alpha = \pi/2$) уравнение (3.30) переходит в соотношение $n_2 + i\kappa_2 = (i4\pi\sigma_H / \omega)^{1/2}$, т.е. волна 2 отсутствует, а поле поглощается в результате скин-эффекта в плазме.

Рассмотрим фазовую скорость $v_\phi = c/n$ и поглощение медленных МГД-волн. Из уравнений (3.29) и (3.30) получаем:

$$\left. \begin{aligned} v_{\Phi 1} &= u \sqrt{\frac{2(\omega^2 + v_1^2)}{v_1^2 + v_1 \sqrt{\omega^2 + v_1^2}}}; \kappa_1 = \frac{v_{\Phi 1} c}{u^2} \frac{\omega v_1}{2(\omega^2 + v_1^2)}; \\ v_{\Phi 2} &= u \sqrt{\frac{2(\omega^2 + v_2^2 \cos^2 \alpha)}{v_2^2 \cos^2 \alpha + v_2 \sqrt{\omega^2 + v_2^2 \cos^4 \alpha}}}; \kappa_2 = \frac{v_{\Phi 2} c}{u^2} \frac{\omega v_2}{2(\omega^2 + v_2^2 \cos^4 \alpha)} \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

При переходе к идеально проводящей жидкости с плотностью $\rho_0 = MN_{n0}$ (такому переходу соответствует предел $v_{ni} \rightarrow \infty$) из соотношений (3.31) получаем фазовые скорости:

$$\begin{aligned} v_{\Phi 1} &= B_0 (4\pi\rho_0)^{-1/2}; \kappa_1 = 0; \\ v_{\Phi 2} &= B_0 \cos \alpha (4\pi\rho_0)^{-1/2}; \kappa_2 = 0 \end{aligned}$$

выражения для которых совпадают с соответствующими выражениями [62] для фазовых скоростей МГД-волн в идеально проводящей жидкости.

При выполнении неравенства $\omega_e \omega_1 \gg v_e v_{in}$ получаем $v_1 \approx v_{ni}$. Если угол α такой, что выполняется условие $\omega_e \omega_1 \cos^2 \alpha \gg v_e v_{in}$, то $v_2 \approx v_{ni} / \cos^2 \alpha$ и, следовательно, $v_{\Phi 2} = v_{\Phi 1} \cos^2 \alpha$.

При выполнении неравенства $\omega_e \omega_1 \cos^2 \alpha \ll v_e v_{in}$, т.е. в очень узком интервале углов α вблизи $\pi/2$, как отмечалось выше, поле волны 2 поглощается в результате скин-эффекта в плазме. Из рис. 3.12 и 3.13 видно, что в интервале высот от 200 до 500 км для частоты 10^{-3} с^{-1} и меньше фазовая скорость совпадает с u , т.е. молекулы почти полностью увлекаются волной, и проскальзыванием между ними и ионами можно пренебречь.

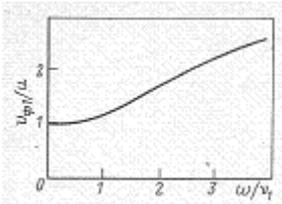


Рис. 3.12. Зависимость фазовой скорости от частоты [78]

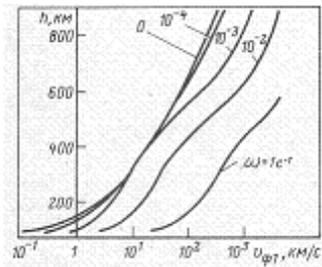


Рис. 3.13. Зависимость фазовой скорости от высоты для различных частот [78]

Рассмотрим поглощение медленных МГД-волн в ионосфере. При условии $\omega_e \omega_1 \cos^2 \alpha \gg v_e v_{in}$ из уравнений (3.31) получаем $\kappa_2 = \kappa_1 / \cos \alpha$. Таким образом, при увеличении угла α поглощение медленных скорость волны 2 по сравнению со скоростью волны 1 уменьшается, а поглощение увеличивается. Глубина проникновения волны

характеризуется расстоянием $\delta = c/\omega\kappa$, на котором амплитуда волны уменьшается в e раз (рис. 3.14).

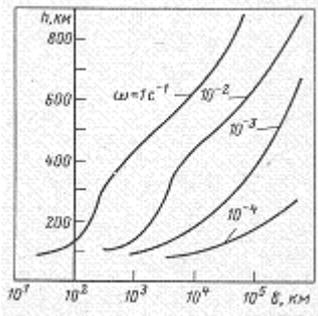


Рис.3.14. Зависимость глубины проникновения волны от высоты для различных частот [78]

Для решения электродинамических задач, связанных с медленными МГД-волнами, необходимо найти диэлектрическую проницаемость ионосферы по отношению к этим волнам. Введем тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$ в первое уравнение Максвелла $\nabla \times \mathbf{b} = -i(\omega/c)\hat{\epsilon}\mathbf{E}$. Как следует из системы (3.27), $\hat{\epsilon}$ является тензором второго ранга с компонентами

$$e_{xx} = \frac{c^2}{u^2} \frac{iv_2(\omega + iv_1)}{(\omega + iv_1)(\omega + iv_2 \cos^2 \alpha) + \omega^2 q_1 q_2}; \quad e_{xy} = \frac{\omega q_1 \cos \alpha}{\omega + iv_1};$$

$$e_{yy} = \frac{c^2}{u^2} \frac{iv_1(\omega + iv_2 \cos^2 \alpha)}{(\omega + iv_1)(\omega + iv_2 \cos^2 \alpha) + \omega^2 q_1 q_2}; \quad e_{yx} = -e_{xy}.$$

Степень гиротропности $\epsilon_{xy}/\epsilon_{xx} \ll 1$ на высоте более 120 км. Таким образом, ионосфера по отношению к медленным МГД-волнам негиротропна, тензор диэлектрической проницаемости имеет вид:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \tilde{n}_2^2 & 0 \\ 0 & n_1^2 \end{pmatrix},$$

где \tilde{n}_1 и \tilde{n}_2 определяются из уравнений (3.29) и (3.30).

В интервале высот от 90 до 120 км тензор $\hat{\epsilon}$ может быть гиротропным. Однако толщина этого слоя уменьшается с уменьшением частоты и увеличением угла α так, что для достаточно низких частот или углов, близких к $\pi/2$, этот слой может отсутствовать.

При выполнении неравенства $v_1 \ll \omega$ на высоте слоя, для которого рассматриваются характеристики волн, уравнения (3.27) и дисперсионное соотношение переходят в соответствующие равенства для гиротропных волн, которые обсуждались выше. Действительно, из (3.28) получим:

$$\left(\tilde{n}^2 - \frac{c^2}{u^2} \frac{iv_1}{\omega}\right) \left(\tilde{n}^2 - \frac{c^2}{u^2} \frac{iv_2}{\omega}\right) + \tilde{n}^4 q_1 q_2 = 0.$$

Рассмотрим характеристики волн в двух предельных случаях: продольного ($\alpha = 0$) и поперечного ($\alpha = \pi/2$) распространения. Для продольного распространения решение дисперсионного уравнения

$$\tilde{n}_{1,2} = (c/u) \sqrt{v_1(\pm q_1 + i)/\omega(\pm q_1^2 + 1)}.$$

В F -слое, где $q_1 \ll 1, v_1 \approx v_{ni}$ волны 1 и 2 распространяются одинаково:

$$n_1 = n_2 = (c/u_a) \sqrt{v_{in}/2\omega}; \kappa_1 = \kappa_2 = (c/u_a) \sqrt{v_{in}/2\omega};$$

$$v_{\Phi 1,2} = u_a / \sqrt{2\omega/v_{in}}.$$

Отношение глубины проникновения волны δ к ее длине λ , характеризующее поглощение,

$$\delta_{1,2} / \lambda_{1,2} = (c/\kappa_{1,2}) v_{\Phi 1,2} = 1.$$

Обе волны поглощаются на расстоянии, равном длине волны.

В E -слое $q_1 = v_1 N_{n0} / \omega_i N_0 \sim \omega_e / v_e \gg 1$ и волны 1 и 2 распространяются по-разному.

Для волны 1

$$\tilde{n}_1 \approx \frac{c}{u} \sqrt{\frac{v_1}{q_1 \omega}} (1 + i/q_1);$$

$$n_1 = (c/u_a) \sqrt{\omega_i / \omega}; \kappa_1 = (c v_e / 2 u_a \omega_e) \sqrt{\omega_i / \omega}.$$

Фазовая скорость $v_{\Phi 1} = u_a \sqrt{\omega / \omega_i}$, а поглощение мало: $\delta_1 / \lambda_1 = c / \kappa_1 v_{\Phi 1} = \omega_e / v_e \gg 1$.

Аналогично для волны 2 получаем $v_{\Phi 1} = 2(\omega_e / v_e) v_{\Phi 1} \gg v_{\Phi 1}; \delta_2 / \lambda_2 = v_e / 2\omega_e \ll 1$, т.е. волна 2 сильно поглощается. Для поперечного распространения ($\alpha = \pi/2, q_2 = 0$) получим:

$$\tilde{n}_1 = (c/u) \sqrt{iv_1 / \omega}; \tilde{n}_2 = (c/u) \sqrt{iv_1 / \omega}.$$

Следовательно, при продольном распространении в E -слое ионосферы, где выполняется условие $v_1 \ll \omega$, медленные МГД-волны трансформируются в гидромагнитные, почти не поглощающиеся. При поперечном распространении гидромагнитные волны поглощаются на длине волны как в F -, так и в E -слое ионосферы. Как отмечалось выше, возможность распространения волн в E -слое со слабым поглощением связана с гиротропией плазмы на этих высотах.

Рассмотрим влияние кинетического давления плазмы на характеристики медленных МГД-волн. Другими словами, проанализируем связь этих волн со звуковыми, пренебрегая силой тяжести. Для этого в первое уравнение системы (3.26) необходимо ввести слагаемое, характеризующее конечную сжимаемость плазмы. Уравнение движения, учитывающее сжимаемость, получается из первого уравнения системы (3.20) при $q=0$:

$$\partial^2 \mathbf{v} / \partial t^2 = a^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + (\partial / \partial t) (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0) / cMN_{n0}.$$

Это уравнение движения будем рассматривать совместно с уравнениями Максвелла и законом Ома из системы (3.20). В случае продольного распространения волны ($\alpha = 0$) получаем соотношения между компонентами неизвестных величин:

$$\begin{aligned} (\omega^2 - a^2 k^2) v_z = 0; \omega v_x = i \frac{B_0}{cMN_{n0}} j_y; \omega v_y = -i \frac{B_0}{cMN_{n0}} j_x; \\ \frac{4\pi}{c} j_x = -ikb_y; \frac{4\pi}{c} j_y = ikb_x; \frac{\omega}{c} b_x = -kE_y; \frac{\omega}{c} b_y = kE_x; \\ \left\{ v_e + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in}} \right\} j_x - \omega_e j_y = \frac{e^2 N_0}{m} \left\{ E_x + \frac{B_0}{c} v_y \right\}; \\ \omega_e j_x + \left\{ v_e + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in}} \right\} j_y = \frac{e^2 N_0}{m} \left\{ E_y + \frac{B_0}{c} v_x \right\}; E_z = 0. \end{aligned}$$

Из уравнений следует, что при $\alpha = 0$ независимо распространяется продольная звуковая волна с компонентой скорости v_z , определяемая дисперсионным соотношением

$$\omega^2 - a^2 k^2 = 0.$$

и поперечная медленная альвеновская волна с компонентами возмущений $v_x, v_y, b_x, b_y, E_x, E_y$. Эта волна не взаимодействует со звуковой, поэтому соответствующее ей дисперсионное соотношение следует из (3.28):

$$\left\{ \tilde{n}^2 - \frac{c^2}{u^2} \frac{iv_1}{\omega + iv_1} \right\}^2 + \tilde{n}^4 \frac{\omega^2 q_1^2}{(\omega + iv_1)^2} = 0.$$

Решение этого уравнения позволяет выразить комплексный волновой вектор через частоту:

$$k^2 = (\omega^2 / u^2) iv_1 / (\omega(1 \pm iq_1) + iv_1).$$

В F -слое ионосферы (при выполнении неравенства $q_1 \ll 1$) это равенство переходит в дисперсионное соотношение для медленных МГД-волн в негиротропной плазме, полученное выше. С увеличением частоты при $\omega > \nu_1$, происходит трансформация медленных МГД-волн в гидромагнитные волны, распространяющиеся с сильным поглощением, и

$$k^2 = iv_1 \omega / u^2.$$

При переходе в E -слой ионосферы и при выполнении неравенств $q_1 \gg 1$, $\omega \gg \omega_i N_0 / N_{n0}$ медленные МГД-волны трансформируются в гидромагнитные, которые в результате гиротропии плазмы на этих высотах могут распространяться с малым поглощением.

В случае поперечного распространения ($\alpha = \pi/2$) существуют волны двух типов. В волнах первого типа отличны от нуля только компоненты полей E_x, b_y , связь между которыми определяется уравнениями:

$$kE_x = (\omega/c)b_y; -ikb_y = (4\pi\sigma_{\parallel}/c)E_x.$$

Эти уравнения описывают электромагнитные волны, распространяющиеся в плазме как в проводнике с проводимостью σ_{\parallel} и поглощающиеся в результате скин-эффекта. Волны

второго типа представляют собой медленные магнитно-звуковые волны, в которых отличны от нуля компоненты полей E_y, b_x и скорости v_z :

$$\begin{aligned} (\omega^2 - a^2 k^2) v_z &= -i \frac{\omega B_0}{c M N_{n0}} j_y; \frac{4\pi}{c} j_y = i k b_x; \\ \left\{ v_e + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in}} \right\} j_y &= \frac{e^2 N_0}{m} \left\{ E_y + \frac{B_0}{c} v_z \right\}; \frac{\omega}{c} b_x = -k E_y. \end{aligned}$$

Из этой системы следует дисперсионное соотношение

$$k^4 = k^2 \left(\frac{\omega^2}{a^2} + i v_1 \omega \left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{a^2} \right) \right) + \frac{i v_1 \omega^3}{u^2 a^2} = 0. \quad (3.32)$$

В ионосфере при $h > 100$ км выполняется неравенство $u \gg a$. В этом случае уравнение (3.32) имеет два решения:

$$k_1 = (\omega/a) \sqrt{1 + i v_1 / \omega}; k_2 = (\omega/u) \sqrt{i v_1 + i v_1 / \omega}.$$

Первое соответствует распространению звуковой волны в плазме с затуханием. Из выражения для k_1 следует, что звуковая волна при $\omega \ll v_1$ испытывает сильное поглощение. При $v_1 \ll \omega$ волна распространяется со скоростью звука без поглощения. Второе решение соответствует распространению медленной МГД-волны, причем при $v_1 \ll \omega$ волна испытывает сильное поглощение, а при $v_1 \gg \omega$ распространяется без поглощения. Полученные результаты свидетельствуют о том, что в F -области ионосферы возможно независимое распространение звуковой волны по нейтральной компоненте плазмы, поглощение которой обусловлено столкновениями между молекулами и ионами, и медленной МГД-волны, в которой в результате столкновений вовлекаются в движение молекулы.

3.4. О ВЛИЯНИИ ГРАВИТАЦИИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МЕДЛЕННЫХ МГД-ВОЛН

Сила тяжести начинает оказывать влияние на распространение МГД-волн с уменьшением частоты возмущений. В диапазоне частот $\omega < \nu_{ni}$, соответствующем медленным МГД-волнам, как отмечалось выше, в волновом движении участвуют все компоненты ноосферной плазмы, включая нейтральную. Следовательно, возмущение магнитного поля в волне связано с характером возмущений нейтральной компоненты. Сила тяжести влияет на распространение звуковых волн в нейтральном газе при $\omega \leq \sqrt{g/H}$. Так как в ионосфере $\nu_{ni} \leq \sqrt{g/H}$, это влияние имеет место при распространении медленных МГД-волн в результате столкновений между ионизованной и нейтральной компонентами ионосферной плазмы.

Изучение влияния силы тяжести на распространение МГД-волн было начато с исследования этого влияния на волны в идеально проводящей жидкости. В [79] исследовались явления солнечной активности на основе уравнений для МГД-волн в идеально проводящей слабонеоднородной солнечной атмосфере с учетом сил тяжести. Дисперсионные характеристики волн в верхних слоях земной атмосферы рассмотрены в [80].

Следуя работе [80], рассмотрим влияние силы тяжести на свойства МГД-волн в экспоненциально неоднородной идеально проводящей плазме, расположенной в однородном магнитном поле. В таком приближении уравнения для возмущений (см. § 3.1) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \frac{1}{4\pi} ((\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{B}); \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t}; \\ \mathbf{E} &= -(1/c)(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0); \partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}) = 0; \\ \partial p / \partial t (\mathbf{v} \cdot \nabla) p_0 &= a^2 \{ \partial p / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) p \}; \\ \nabla p_0 &= \rho_0 \mathbf{g}; a^2 = \gamma p_0 / \rho_0. \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

В идеально проводящей среде закон Ома заменяется соотношением между индукционным электрическим полем и скоростью плазмы, которое получается с помощью предельного перехода в законе Ома $\sigma \rightarrow \infty$ при конечном значении плотности тока.

Рассмотрим вертикальное распространение волн, описываемых уравнениями (3.33), в системе координат с осью z , направленной вверх. Однородное магнитное поле \mathbf{B}_0

расположено в плоскости (x, z) под углом α к оси z . Неизвестные величины зависят от z . Для монохроматических волн $\exp(-i\omega t)$ запишем компоненты уравнений (3.33):

$$\left. \begin{aligned} -i\omega\rho_0 v_x &= (B_0 \cos \alpha / 4\pi) db_x / dz; E_y = (B_0 / c) \{v_x \cos \alpha - v_z \sin \alpha\}; \\ -i\omega\rho_0 v_y &= (B_0 \cos \alpha / 4\pi) db_y / dz; E_x = -(B_0 / c) v_y \cos \alpha; \\ -i\omega\rho_0 v_z &= -dp / dz - \rho g - (B_0 \sin \alpha / 4\pi) db_x / dz; E_z = (B_0 / c) v_y \sin \alpha; \\ i(\omega/c)b_x &= -dE_y / dz; i(\omega/c)b_y = -dE_x / dz; b_z = 0; \\ -i\omega\rho + d\rho_0 v_z / dz &= 0; -i\omega\rho + v_z p_0 / dz = a^2 \{-i\omega\rho + v_z \rho_0 / dz\}; \\ dp_0 / dz &= -\rho_0 g. \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

Рассмотрим МГД-волны с компонентами поля E_y, b_x , т.е. полагаем в уравнениях $E_x = b_y = 0$. В этом случае полученную систему (3.34) можно свести к четырем уравнениям для четырех неизвестных: $E_x, b_x, \rho_0 v_z, a\rho$. Эти уравнения представим в векторной форме:

$$d\mathbf{F} / dz = i(\omega/c) \hat{p} \mathbf{F}.$$

Компоненты вектора \mathbf{F} образуют столбец, составленный из неизвестных величин, а элементы матрицы \hat{p} выражаются через коэффициенты уравнений (3.34):

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho_0 v_z \\ a\rho \\ E_y \\ b_x \end{pmatrix}; \hat{p} = \begin{pmatrix} 0 & c/a & 0 & 0 \\ \frac{c}{a \cos^2 \alpha} & i \frac{c\gamma g}{\omega a^2} & \frac{B_0 c^2 \sin \alpha}{4\pi u^2 a \cos^2 \alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -\frac{4\pi c \sin \alpha}{B_0 \cos^2 \alpha} & 0 & -\frac{c^2}{u^2 \cos^2 \alpha} & 0 \end{pmatrix}.$$

Рассматриваем такие частоты, для которых выполняются неравенства $\omega a^2 / \gamma g \ll a \ll u \ll c$. Первое неравенство можно записать в виде $a \ll \gamma g / \omega$. Так как скорость МГД-волн в верхних слоях атмосферы много больше скорости звука ($a \ll u$), возможны два случая: большие скорости МГД-волн $u \gg \gamma g / \omega$ и малые скорости $u \ll \gamma g / \omega$.

Показатели преломления различных волн являются собственными значениями матрицы \hat{p} . Они соответствуют волнам, распространяющимся в однородной среде, для

которой элементы матрицы постоянны. В данном случае вследствие изменения плотности с высотой скорость $u = u(z)$ переменна, однако и здесь введение показателей преломления может оказаться полезным, так как их анализ выявляет моды волн, распространяющихся в однородной среде с параметрами, равными их значениям на определенной высоте. Комплексные показатели преломления определяют из уравнения

$$\det|\hat{p} - \tilde{n}| = 0. \quad (3.35)$$

Рассмотрим решения уравнения (3.35) для предельных случаев больших и малых скоростей МГД-волн. При $u \gg \gamma g / \omega$

$$\begin{aligned} \tilde{n}_1 &= i\gamma g / a^2 \omega; k_1 = i\gamma g / a^2 = i/H; \\ \tilde{n}_2 &= i\omega / \gamma g \cos^2 \alpha; k_2 = i\omega^2 / \gamma g \cos^2 \alpha = i\omega^2 / 4H\omega_a^2 \cos^2 \alpha; \\ \tilde{n}_{3,4} &= \pm c / u; k_{3,4} = \pm \omega / u. \end{aligned}$$

При $u \ll \gamma g / \omega$

$$\begin{aligned} \tilde{n}_1 &= i\gamma g / a^2 \omega; k_1 = i\gamma g / a^2 = i/H; \\ \tilde{n}_2 &= i\omega / \gamma g; k_2 = i\omega^2 / \gamma g = i\omega^2 / 4H\omega_a^2; \\ \tilde{n}_{3,4} &= \pm c / u |\cos \alpha|; k_{3,4} = \pm \omega / u |\cos \alpha|. \end{aligned}$$

Направление скорости колебаний плазмы в указанных случаях различно. Направление поляризации возмущения скорости определяется отношением компонент

$$v_z / v_x = (u^2 \cos^2 \alpha - c^2 / \tilde{n}^2) / u^2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Подставив в это выражение показатели преломления для различных мод колебаний плазмы, получим:

для $u \gg \gamma g / \omega$

$$(v_z / v_x)_1 = \operatorname{ctg} \alpha; (v_z / v_x)_2 = \operatorname{ctg} \alpha; (v_z / v_x)_{3,4} = \operatorname{tg} \alpha;$$

для $u \ll \gamma g / \omega$

$$(v_z / v_x)_1 = \operatorname{ctg} \alpha; (v_z / v_x)_2 \gg 1; (v_z / v_x)_{3,4} = 0.$$

Следовательно, плазма, участвующая в колебаниях моды 1, в обоих случаях движется параллельно магнитным силовым линиям. Движение в колебаниях моды 2 в первом случае

параллельно магнитным силовым линиям и нормально направлению колебаний в модах 3 и 4. Во втором случае направление движения плазмы в колебаниях моды 2 близко к вертикальному, а в колебаниях мод 3 и 4 близко к горизонтальному независимо от направления внешнего магнитного поля. Колебания моды 1 приводят к такой же стратификации возмущения плотности ρ вдоль магнитных силовых линий, как и стратификация стационарной плотности атмосферы ρ_0 в вертикальном направлении. При переходе через уровень, расположенный на высоте, на которой $u \sim \gamma g / \omega$, происходит трансформация одних колебаний в другие. Например, для $\omega \sim 10^{-3} c^{-1}$ высота этого уровня порядка 250 км. Следует заметить, что вследствие неоднородности атмосферы существует связь между различными модами колебаний и вне этого уровня.

Перейдем к исследованию свойств импульсов плоских МГД-волн, распространяющихся вертикально вверх в неоднородной атмосфере. Выше были рассмотрены волны в предположении слабой неоднородности среды, когда переменные параметры полагали постоянными, равными их значениям на высоте, для которой определяется показатель преломления.

Для того чтобы изучить эффекты, связанные с сильной неоднородностью среды, рассмотрим вертикальное распространение волн в горизонтальном магнитном поле, моделируя зависимость плотности атмосферы от высоты функцией, которая удовлетворяет двум условиям. Во-первых, она должна определять стратификацию плотности атмосферы, близкую к реальной, и, во-вторых, волновое уравнение с переменными коэффициентами, определяемыми этой функцией, должно иметь аналитическое решение, позволяющее найти импульсную функцию волн. Рассмотрим наиболее простой случай распространения волн без поглощения и определим, при каких условиях реально можно пренебрегать поглощением. Полученные результаты могут описывать некоторые характеристики распространения волн в ионосфере.

В качестве исходных воспользуемся уравнениями (3.20) для возмущения средней скорости \mathbf{v} слабоионизованной плазмы, состоящей из электронов, ионов и молекул.

Плазму считаем изотермической, квазинейтральной и расположенной в однородном магнитном поле \mathbf{B}_0 . Получим условие, при котором можно считать ионосферную плазму по отношению к медленным МГД-волнам идеально проводящей и пренебречь поглощением, связанным с тепловыми потерями в волне. Для этого перепишем закон Ома, вводя проводимости (3.19):

$$\mathbf{j} = \sigma_{\parallel} \mathbf{E}_{\parallel} + \sigma_{\perp} \mathbf{E}'_{\perp} + (\sigma_H / B_0) (\mathbf{E}'_{\perp} \times \mathbf{B}_0); \mathbf{E}' = \mathbf{E} + (1/c) (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0).$$

Умножая обе части равенства, выражающего закон Ома, на \mathbf{B}_0 и применяя операцию rot, для поперечного распространения, когда выполняется равенство $\mathbf{B}_0 \cdot \nabla = 0$, получим:

$$\Delta(\mathbf{b} \cdot \mathbf{B}_0) = (4\pi\sigma_k / c^2) (\partial(\mathbf{b} \cdot \mathbf{B}) / \partial t + B_0^2 (\nabla \cdot \mathbf{v})), \quad (3.36)$$

где $\sigma_k = \sigma_{\perp} + \sigma_H^2 / \sigma_{\perp}$ — эффективная проводимость Каулинга. Если $(\nabla \cdot \mathbf{v})$ — известная функция, то (3.36) — неоднородное уравнение параболического типа, описывающее в электродинамике диффузию полей внутри проводника, Отношение толщины скин-слоя к длине волны

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{c}{\sqrt{4\pi\sigma_k \omega}} \frac{\omega}{u} = \sqrt{\frac{\omega}{v_1}}; \frac{4\pi\sigma_k}{c^2} = \frac{v_1}{u^2}.$$

Если $\omega \leq v_1$, то толщина скин-слоя меньше длины волны, поэтому можно полагать, что источник возмущений магнитного поля создает только локальные эффекты, и при их определении в уравнении (3.36) можно пренебречь членом $\Delta(\mathbf{b} \cdot \mathbf{B}_0)$. При этом связь возмущений поля со скоростью газа описывается уравнением

$$\partial(\mathbf{b} \cdot \mathbf{B}_0) / \partial t = -B_0^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}). \quad (3.37)$$

Такое равенство выполняется при распространении МГД-волн в идеально проводящей плазме, причем скорость волн определяется суммарной концентрацией компонент плазмы. Появление МГД-волны, вовлекающей в движение молекулы, обусловлено членом $(1/c)(\partial/\partial t)(\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0)$ в уравнении (3.34). Роль этого члена можно оценить отношением его к инерционному члену в левой части уравнения (3.34). Если для оценки считать $j \sim \sigma_k B_0 v/c$, то это отношение равно:

$$\sigma_k B_0^2 / c^2 M N_{n0} \omega = v_1 / \omega.$$

Как и следовало ожидать, медленная МГД-волна появляется на тех высотах и в том частотном диапазоне, где $\omega \leq \nu_1$. Зависимость ν_1 от высоты приведена на рис. 3.1. Видно, что ν_1 может достигать значений порядка $10^{-3} c^{-1}$ (на высоте около 300 км), поэтому учет эффектов вовлечения молекул в волновое движение необходим при изучении распространяющихся в F -слое ионосферы волн с часовыми периодами. Рассмотрим вначале предельный случай отсутствия поглощения. С помощью (3.37) преобразуем последнее слагаемое в (3.34):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{(\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{B}_0}{4\pi MN_{n_0}} \right) = - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\nabla(\mathbf{b} \cdot \mathbf{B}_0)}{4\pi MN_{n_0}} = u^2 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v})$$

Следовательно, уравнения поперечного распространения волн имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \partial^2 \mathbf{v} / \partial t^2 &= \left(a^2 + u^2(z) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}) + (\gamma - 1) \mathbf{g}(\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) \\ \partial \mathbf{b} / \partial t + \mathbf{B}_0(\nabla \cdot \mathbf{v}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

Первое уравнение (3.38) ниже границы ионосферы переходит в уравнение для АГВ. Этот переход можно считать непрерывным, так как на нижней границе ионосферы, т.е. на высоте около 90 км, $u \ll a$ и коэффициенты уравнения непрерывны при переходе через границу ионосферы. Ниже этой границы в непроводящей среде индукция магнитного поля определяется из уравнения $\Delta \mathbf{b} = 0$. Выше границы ионосферы индукцию магнитного поля находят из второго уравнения (3.38).

Рассмотрим распространение волны, описываемой уравнением (3.38), вдоль оси z , направленной вверх, в горизонтальном магнитном поле, направленном по оси x . Решение ищем в виде $\mathbf{v} \sim \exp(-i\omega t)$. В выбранной системе координат уравнения (3.38) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \left\{ 1 + \frac{u^2(z)}{a^2} \right\} \frac{d^2 v_z}{dz^2} - \frac{2\omega_a}{a} \frac{dv_z}{dz} + \frac{\omega^2}{a^2} v_z &= 0; \\ b_x = \frac{B_0}{i\omega} \frac{dv_z}{dz}; v_x = v_y = b_y = b_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

Расположим начало координат на поверхности Земли; пусть высота нижней границы ионосферы равна z_1 . Для решения уравнения (3.39) интерполируем зависимость $u^2(z)$ следующим выражением:

$$\sqrt{1 + \frac{u^2(z)}{a^2}} - \sqrt{1 + \frac{u^2(z_1)}{a^2}} + \ln \left(\frac{\sqrt{1 + u^2(z)/a^2} - 1}{\sqrt{1 + u^2(z_1)/a^2} - 1} \right) = \frac{z - z_1}{H}. \quad (3.40)$$

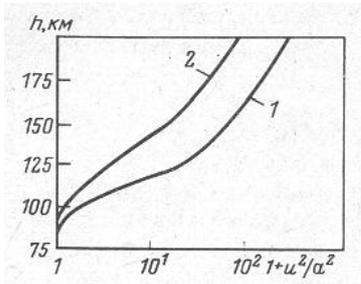


Рис. 3.15. Интерполяция зависимости $1 + u^2(h)/a^2$

На рис.3.15 (кривая 1) приведена реальная зависимость $1 + u^2(z)/a^2$. Кривая 2 представляет собой график функции (3.40), в которой $H = 10^6$ см; $z_1 = 9 \cdot 10^6$ см, $u(z_1) = 1,2 \cdot 10^4$ см/с. Видно, что интерполяция (3.40) верно качественно и (с погрешностью 50% до высоты 300 км) количественно передает реальную высотную зависимость $1 + u^2/a^2$.

Общее решение уравнения (3.39) представляет собой суперпозицию независимых волн, распространяющихся вверх и вниз:

$$\left. \begin{aligned} v_z &= c_1 f(z) \frac{\omega_a - \sqrt{\omega_a^2 - \omega^2}}{2\omega_a} + c_2 f(z) \frac{\omega_a + \sqrt{\omega_a^2 - \omega^2}}{2\omega_a}; \\ f(z) &= \sqrt{1 + u^2(z)/a^2} - 1. \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

Для выделения однозначного решения в плоскости ω проведем разрез действительной оси от $-\omega_a$ до ω_a , причем на верхнем берегу разреза уберем положительное значение корня. В этом случае первое и второе слагаемые в решении описывают волны, распространяющиеся вверх и вниз соответственно. Зависимость функции f от z следует из равенства (3.40):

$$f(z) - f_1 + \ln\left(\frac{f(z)}{f_1}\right) = \frac{z - z_1}{H}; f_1 = \sqrt{1 + \frac{u^2(z_1)}{a^2}} - 1. \quad (3.42)$$

Рассмотрим распространение вверх волны, возникающей при быстром изменении скорости на поверхности Земли. Будем считать, что начальный импульс скорости смещения газа $v_0(t, z=0)$ на поверхности Земли имеет фазы сжатия и разрежения с максимальной амплитудой v_0 и характерной длительностью t_0 . Зависимость $v_0(t)$ выберем в виде $v_0(t) = v_0 t_0^2 d\delta(t)/dt$, где $\delta(t)$ — импульсная функция Дирака.

При этом $v_0(\omega) = -i\omega v_0 t_0^2$. Константа c_1 в (3.41) определяется из граничных условий:

$$\left. \begin{aligned} v_z(\omega, z=0) &= v_0(\omega); f(z=0) = f_0; f_0 - f_1 + \ln(f_0/f_1) = -z_1/H; \\ v_z(z, \omega) &= -iv_0 t_0^2 \omega \left(\frac{f(z)}{f_0} \right)^{\frac{\omega_a - \sqrt{\omega_a^2 - \omega^2}}{2\omega_a}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

Распространение импульса скорости вверх получается из (3.43) обратным фурье-преобразованием по частоте:

$$v_z(z, t) = -\frac{iv_0 t_0^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega \exp\left(-i\omega t + \frac{\omega_a - \sqrt{\omega_a^2 - \omega^2}}{2\omega_a} \ln \frac{f(z)}{f_0}\right).$$

Путь интегрирования проходит по верхнему берегу разреза плоскости ω . Интеграл обращается в нуль на полуокружности бесконечного радиуса в нижней полуплоскости ω при условии $t > (1/2\omega_a) \ln(f(z)/f_0) = T(z)$. Следовательно, при этом условии смещение пути интегрирования в нижнюю полуплоскость приводит к равенству

$$v_z(z, t) = -\frac{iv_0 t_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{f(z)}{f_0}} \eta(t - T(z)) \int_0^{\omega_a} d\omega \omega \sin(\omega t) \cdot \text{sh}\left(\frac{\sqrt{\omega_a^2 - \omega^2}}{2\omega_a} \ln \frac{f(z)}{f_0}\right), \quad (3.44)$$

где $\eta(x)$ — единичная функция. Этот интеграл сводится к табличному, что позволяет получить зависимость $v_z = v_z(z, t)$ в явном виде:

$$v_z(z, t) = v_0 (t_0 \omega_a)^2 \frac{tT(z) \exp(\omega_a T(z))}{t^2 - T^2(z)} J_2(\omega_a \sqrt{t^2 - T^2(z)}) \eta(t - T(z)),$$

где $J_2(x)$ — функция Бесселя. Фурье-компонента магнитного поля определяется соотношением

$$b_x = (B_0 / i\omega) dv_z / dz, z \gg z_1; b_x(z) = b_x(z_1), z < z_1.$$

В области $z \geq z_1$ обратное фурье-преобразование и равенство (3.44) позволяют выразить магнитное поле через интеграл по разрезу в плоскости ω от $-\omega_a$ до ω_a :

$$\frac{b_x(z, t)}{B_0} = \frac{v_0 t_0^2}{\pi H(f+1)} \sqrt{\frac{f(z)}{f_0}} \int_0^{\omega_a} d\omega \cos(\omega t) \left(\operatorname{sh} \left(\frac{\sqrt{\omega_a^2 - \omega^2}}{2\omega_a} \ln \frac{f(z)}{f_0} \right) + \frac{\sqrt{\omega_a^2 + \omega^2}}{\omega_a} \operatorname{ch} \left(\frac{\sqrt{\omega_a^2 - \omega^2}}{2\omega_a} \ln \frac{f(z)}{f_0} \right) \right).$$

Интегрируя, получаем:

$$\frac{b_x(z, t)}{B_0} = \frac{v_0 t_0^2 \omega_a}{a(\exp(-\omega_a T(z)) + f_0 \exp(\omega_a T(z)))} \left(\frac{T(z) J_2(\omega_a \sqrt{t^2 - T^2(z)})}{t^2 - T^2(z)} + \right. \\ \left. + \frac{\omega_a T(z) + 1}{\sqrt{t^2 - T^2(z)}} J_1(\omega_a \sqrt{t^2 - T^2(z)}) \right) \eta(t - T(z)). \quad (3.45)$$

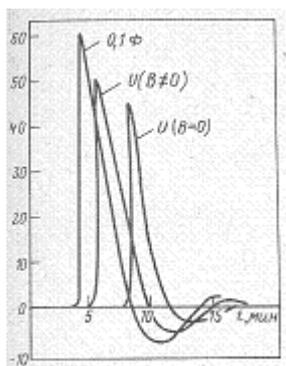


Рис.3.16. Зависимости скорости газа и возмущения геомагнитного поля на поверхности Земли при прохождении импульса МГВ через ионосферу от времени.

На рис. 3.16 приведены зависимости безразмерной скорости $U = v_z / v_0 \cdot (\omega_a t_0)^2$ и безразмерного магнитного поля $\phi = b_x a / B_0 v_0 (\omega_a t_0)^2$ от времени. Приняты значения параметров $H = 10^6$ см, $\omega_a = 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. График дает представление о влиянии магнитного поля на временные характеристики импульса. Кривые 1 и 2 построены для высоты около 170 км [расчет проводился по формуле (3.44)]. Из сопоставления кривых видно, что МГВ быстрее доходит до рассматриваемой высоты, чем АГВ, за счет большей скорости распространения ($\sqrt{a^2 + u^2(z)}$ вместо a). Кроме того, характерный полупериод импульса МГВ примерно в 1,5 раза больше, чем полупериод импульса АГВ. Кривая 3 рассчитана по формуле (3.45).

В последнее время (см., например, [81]), были опубликованы результаты наблюдения (доплеровским методом) в ионосфере волновых возмущений, генерируемых непосредственно над источником АГВ. Как следует из этих данных (рис. 3.17), наблюдающиеся возмущения характеризуются периодом порядка 15 мин.

В заключение приведем оценку ожидаемого возмущения геомагнитного поля, сопровождающего наблюдаемые (см. рис. 3.17) возмущения скорости.

Отражающий слой для радиоволн частотой 2,5 МГц расположен на высоте около 130 км. Теоретическую кривую 2 на рис. 3.16 подбором параметра $v_0 t_0^2$, нормировали на максимум экспериментальной кривой (см. рис. 3.17). Отклонение частоты отражения в максимуме составляло 0,16 Гц, что соответствовало вертикальной составляющей скорости электронов $v_e = (\Delta f_g / f_g) c = 2 \cdot 10^3$ см/с. Зная скорость электронов, можно оценить скорость молекул в максимуме кривой 2 на рис. 3.16 (см., например, [61]).

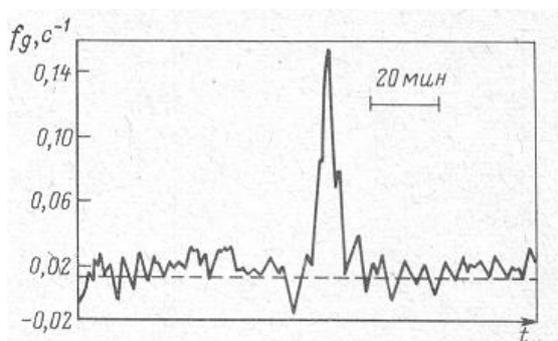


Рис.3.17. Доплеровское смещение частоты при вертикальном зондировании ионосферы [81].

Полученное значение скорости молекул позволяет определить характеристику источника звуковых колебаний $v_0 t_0^2$. Используя полученное значение $v_0 t_0^2$, можно оценить магнитное поле, вызванное распространением наблюдаемого звукового импульса. В максимуме кривой на рис. 3.16 поле $b_x \sim 30\gamma$.

Импульсная функция получена в предположении отсутствия проскальзывания между ионами и молекулами в плазме (предельный случай низких частот для медленных МГД-волн). При этом переменным параметром, зависящим от высоты, является плотность атмосферы. Для частот, сравнимых с v_{ni} , появляется проскальзывание ионизированной компоненты относительно нейтральной. Этот эффект приводит к появлению в волновых уравнениях дополнительного параметра, зависящего от высоты.

В [82] на основе самосогласованных уравнений движения плазмы и полей в присутствии гравитации проанализированы процессы распространения волн и генерации вариаций геомагнитного поля при входе звуковой волны в ионосферу, причем отмеченных выше ограничений на частоты в этой работе не накладывалось. Изложим кратко основные идеи и результаты работы [82].

В декартовой системе координат с осью z , направленной вверх, горизонтальное внешнее магнитное поле направлено вдоль оси x . Плоская волна распространяется вдоль оси z , т.е. все величины зависят от z . Из проекций уравнений (3.20) на оси координат следует, что возможно независимо распространение волн двух типов. В волне первого типа отличны от нуля величины v_x, j_y, b_x, E_y, E_x , которые удовлетворяют уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} - \frac{1}{H} \frac{\partial v_z}{\partial z} &= -\frac{B_0}{cMN_{n0}} \frac{\partial j_y}{\partial t}; \omega_e j_y = \frac{e^2 N_0}{m} E_z; \\ \left(v_e + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{in}} \right) j_y &= \frac{e^2 N_0}{m} \left(E_y + \frac{1}{c} v_z B_0 \right); \frac{\partial b_x}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} j_y; \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} &= \frac{1}{c} \frac{\partial b_x}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (3.46)$$

В волне второго типа отличны от нуля величины b_y, E_x, j_x , которые удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{\partial b_y}{\partial z} = -\frac{4\pi}{c} j_x; \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial b_y}{\partial z}; v_e j_x = \frac{e^2 N_0}{m} E_x.$$

Звуковая волна может возбуждать только волну первого типа, так как волна второго типа не связана с гидродинамическими движениями. Для волны первого типа введем векторный потенциал электромагнитного поля по формулам:

$$\mathbf{b} = \nabla \times \mathbf{A}; \mathbf{E} = -(1/c) \partial \mathbf{A} / \partial t; \nabla \cdot \mathbf{A} = 0.$$

В волне (3.46) отлична от нуля компонента потенциала A_y

$$b_x = -\partial A_y / \partial z, E_y = -(1/c) \partial A_y / \partial t. \quad (3.47)$$

Из (3.46) и (3.47) следуют уравнения для двух взаимодействующих волн. Для возмущений, зависящих от времени по закону $\exp(-i\omega t)$, имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 v_z}{dz^2} - \frac{1}{H} \frac{dv_z}{dz} + \frac{\omega^2}{a^2} \left(1 + i \frac{v_1}{\omega} \right) v_z + \frac{\omega^2}{a^2} \frac{v_1}{B_0} A_y &= 0; \\ d^2 A_y / dz^2 + i(\omega v_1 / u^2) A_y + B_0 v_1 / u^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

Если в системе (3.48) перейти к пределу $H \rightarrow \infty; a \rightarrow 0$, то получим волновое уравнение для медленных МГД-волн одного из типов, рассмотренных в §3.3.

Введем безразмерные переменные $x = z/2H, \Omega = \omega/\omega_a$. Тогда система (3.48) приобретает следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} d^2 V / dx^2 - 2dV / dx + \Omega^2 (1 + i\eta(x)/\Omega) V + \Omega^2 \eta(x) A &= 0; \\ d^2 A / dx^2 + i\Omega \xi(x) A + \xi(x) V &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.49)$$

В этих уравнениях и ниже у компоненты потенциала опущен индекс y . В системе (3.49) введена функция $V = B_0 v_z / c\omega_a$ с размерностью потенциала. Коэффициенты в уравнениях системы (3.49) выражаются через безразмерные функции:

$$\eta(x) = v_1(x) / \omega_a; \xi(x) = a^2 v_1(x) / u^2(x) \omega_a = (a^2 / u^2(x)) \eta(x). \quad (3.50)$$

На рис. 3.18 приведены графики зависимости функций (3.50) от безразмерной высоты x . При расчете функций (3.50) были приняты следующие значения параметров: $H = 10 \text{ км}$, $a = 0,4 \text{ км/с}$, $\omega_a = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, $\omega_e = 9 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$, $\omega_i = 3 \cdot 10^2 \text{ с}^{-1}$.

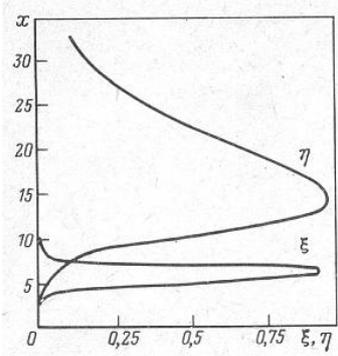


Рис. 3.18. Зависимости функций η и ξ от x

Функция $\eta(x)$ характеризует высотное распределение частоты столкновений молекул с ионами, а функция $\xi(x)$ определяет высотное распределение токов, создающих возмущение магнитного поля [см. второе уравнение системы (3.49)].

Определим масштабы L изменения функций V и A . Из первого уравнения системы (3.49) получим: $L_v \approx \left(1 + \sqrt{1 - \Omega(\Omega + i\eta_m)}\right)^{-1} \approx 1$ при $\Omega \sim 0,1, \eta_m \sim 0,1$, а из второго $L_A \sim (\Omega \xi_m)^{-1/2} \approx 10$. Сопоставление пространственных масштабов изменения скорости и потенциала в волне с масштабами изменения параметров ионосферы, выраженных через безразмерные функции (3.50), позволяет считать, что область, определяемая функцией $\xi(x)$, в которой текут токи, возбуждающие дополнительное магнитное поле, представляет собой слой, расположенный на высоте x_1 толщиной $l \approx 1$, существенно меньшей, чем безразмерная длина волны $\lambda_* = \lambda / 2H = \omega_a / \omega = 1 / \Omega \approx 10$. Вследствие небольшой толщины этого слоя можно заменить непрерывные изменения функций V и A скачкообразными, рассматривая (слой как границу между областями $x < x_1$ и $x > x_1$. Функция $\eta(x)$ равна нулю до высоты x_1 , а выше изменяется с характерным масштабом 10. Волна описывается уравнениями:

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{при } x > x_1 \\
 &d^2V/dx^2 - 2dV/dx + \Omega(\Omega + i\eta(x))V + \Omega^2\eta(x)A = 0; \\
 &d^2A/dx^2 = 0; \\
 &\text{при } x < x_1 \\
 &d^2V/dx^2 - 2dV/dx + \Omega^2V = 0; d^2A/dx^2 = 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

Сшивка решений на границе $x = x_1$ областей должна учитывать влияние на звуковую волну токов, текущих вдоль этой границы.

Существует несколько возможностей учесть роль токов (см. подробнее [83]). Ниже взаимодействие звуковой волны с магнитным полем на границе $x = x_1$ областей будет описываться введением коэффициента отражения R звуковой волны от границы, коэффициента прохождения W ее через границу и коэффициента трансформации T звуковой волны в магнитное поле на границе $x = x_1$. Эти коэффициенты можно определить, установив связь между значениями функций V и A и их производных по разные стороны границы. Проинтегрировав уравнения (3.49) по слою толщиной l (см. выше), получим:

$$\left. \begin{aligned}
 &\{dV/dx\}_{x_1} - 2\{V\}_{x_1} + \Omega(\Omega + i\eta(x_1))lV(x_1) + \Omega^2lA(x_1) = 0; \\
 &\{dA/dx\}_{x_1} + i\Omega\xi(x_1)lA(x_1) + \xi(x_1)V(x_1)l = 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.52)$$

Здесь и ниже фигурные скобки означают разность значений функций и их производных на границе $x = x_1$. Полагаем $\eta(x_1) = 0$. С погрешностью до $l/\lambda_* \approx 0,1$ (см. выше) скорость одинакова с обеих сторон слоя, т.е. $\{V\}_{x_1} = 0$. Это позволяет получить граничные условия в виде

$$\left. \begin{aligned}
 &\{dV/dx\}_{x_1} + l\Omega^2V_1 + l\Omega^2A_1 = 0; \\
 &\{dA/dx\}_{x_1} + il\Omega\xi_1A_1 + l\xi_1V_1 = 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.53)$$

В граничных условиях (3.53) индекс 1 указывает значения функций в точке $x = x_1$.

Рассмотрим свойства границы, на которой скорость и потенциал удовлетворяют условиям (3.53). Пусть граница совпадает с плоскостью $x = 0$, а скорость и потенциал в областях $x < 0$ и $x > 0$ удовлетворяют уравнениям:

$$d^2V/dx^2 - 2dV/dx + \Omega^2V = 0; d^2A/dx^2 = 0.$$

Снизу на границу падает звуковая волна. При $x < 0$ есть падающая и отраженная волны:

$$\left. \begin{aligned} V &= V_0 \left(\exp((1+k)x) + R \exp((1-k)x) \right); \\ k &= \sqrt{1-\Omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.54)$$

При $x > 0$ существует прошедшая волна

$$V = V_0 W \exp((1+k)x). \quad (3.55)$$

Выражение для потенциала получаем, воспользовавшись непрерывностью тангенциальной компоненты электрического поля при $x = 0$ и антисимметричностью тангенциальной компоненты магнитного поля относительно плоскости $x = 0$:

$$A = \begin{cases} -ax & \text{при } x > 0; \\ ax & \text{при } x < 0. \end{cases} \quad (3.56)$$

Подстановка (3.54) — (3.56) в (3.53) определяет значения R и W :

$$R = -\frac{\Omega^2}{\Omega^2 + (2/l)\sqrt{1-\Omega^2}}; W = -\frac{2\sqrt{1-\Omega^2}}{\Omega^2 + (2/l)\sqrt{1-\Omega^2}}. \quad (3.57)$$

Коэффициент трансформации $T = ba/B_0 v_z$ звуковой волны в колебания магнитного поля на границе $x = 0$ определяется из соотношений (3.47) и (3.53) — (3.56):

$$T = -\xi_1 \sqrt{1-\Omega^2} / \left(\Omega^2 + (2/l)\sqrt{1-\Omega^2} \right) \quad (3.58)$$

Выражение (3.58) определяет соотношение между возмущениями магнитного поля и скорости (рис. 3.19).

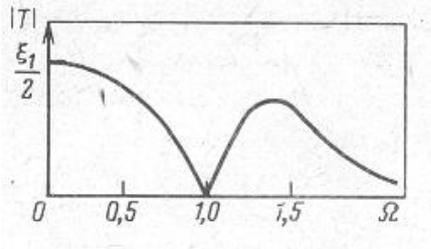


Рис.3.19. Зависимость модуля коэффициента трансформации от частоты при $l \approx 1$

Из рис. 3.19 следует, что при $\Omega = 1$ происходит полное отражение звуковой волны от слоя. При $\Omega = \sqrt{2}$ коэффициент трансформации имеет максимум: $T = \xi_1 / 2\sqrt{2}$, что соответствует значению $b = B_0 v_1 v H / u^2 \sqrt{2}$. Равномерное течение газа ($\Omega = 0$) генерирует возмущение магнитного поля $b = B_0 v_1 v H / u^2$.

Значение генерируемого звуковой волной магнитного поля, определяемого коэффициентом трансформации (3.58), получено в предположении безграничности среды, причем ниже и выше токового слоя газ не ионизован. В действительности, однако, ниже токового слоя существует проводящая поверхность Земли, а выше среда неоднородно ионизована. Проводящая земная поверхность и наличие ионизации выше токового слоя влияют на распространение звуковой волны, что приводит к иному ее отражению от токового слоя по сравнению со случаем, описанным выше. Рассмотрим эти изменения.

Поверхность Земли полагаем идеально проводящей. Распространение волны описывается уравнением (3.51) с условиями (3.53), которым удовлетворяют неизвестные функции и их производные при переходе через границу $x = x_1$. Выражение для потенциала имеет вид:

$$A = \begin{cases} a(2x_1 - x), & x > x_1; \\ ax, & 0 < x < x_1. \end{cases} \quad (3.59)$$

Подстановка (3.59) во второе соотношение (3.53) позволяет выразить константу a через скорость газа на границе $x = x_1$

$$a = \xi_1 V(x_1) / (i\Omega \xi_1 - 2) x_1. \quad (3.60)$$

В равенстве (3.60) и ниже принято $l \approx 1$.

Чтобы определить возмущение магнитного поля, как следует из (3.60), необходимо найти значение скорости газа на границе $x = x_1$. Скорость газа на этой границе выражается через коэффициент отражения от нее звуковой волны. Рассмотрим вопрос об отражении волны от границы $x = x_1$. Уравнения (3.51) и условия (3.53) преобразуем, воспользовавшись равенствами (3.59), (3.60) и вводя новую неизвестную функцию по формуле $V(x) = U(x)B_0 \exp(x)/\omega_a$:

$$\left. \begin{aligned} d^2U/dx^2 - k_1^2(x)U &= M(x)U(x_1), x_1 < x; \\ d^2U/dx^2 - k_0^2U &= 0, 0 < x < x_1; \\ U(x_1 + 0) &= U(x_1 - 0); U'(x_1 + 0) = U'(x_1 - 0) - \Omega^2 U(x_1); \\ k_1^2(x) &= 1 - \Omega(\Omega + i\eta(x)); k_0^2 = k_1^2(x_1) = 1 - \Omega^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.61)$$

Здесь $M(x) = \Omega^2 \xi_1 \eta(x)(x - 2x_1) \exp(x_1 - x)/x_1(i\Omega \xi_1 - 2)$. Найдем коэффициент отражения звуковой волны, распространение которой описывается уравнениями (3.61), от границы $x = x_1$. Обозначив U_0 — значение функции $U(x)$ в точке $x = 0$, используя граничные условия на поверхности $x = x_1$ и потребовав, чтобы $U(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$, решение уравнений (3.61) в области $0 < x < x_1$ получим в виде

$$U(x) = U_0 \frac{\exp(k_0(x_1 - x)) + R \exp(-k_0(x_1 - x))}{\exp(k_0 x_1) + R \exp(-k_0 x_1)}. \quad (3.62)$$

В выражении (3.62) R — коэффициент отражения звуковой волны от границы неоднородно ионизованного полупространства:

$$R = \frac{U_1(x_1)(k_0 - \Omega^2) - U_1'(x_1) + W(x_1)\phi}{U_1(x_1)(k_0 + \Omega^2) + U_1'(x_1) - W(x_1)\phi}; \phi = \int_{x_1}^{\infty} dx \frac{M(x)U_1(x)}{W(x)}. \quad (3.63)$$

Здесь U_1 и U_2 — линейно независимые решения уравнения $U'' - k_1^2(x)U = 0$; W — вронскиан.

Если ионизации над границей $x = x_1$ нет, т.е. $\eta(x) = 0$, то выражение (3.63) переходит в (3.57). В (3.63) величина $U_1'(x_1)$ характеризует влияние столкновений молекул с ионами на распространение звуковой волны, а $W(x_1)\phi$ определяет влияние токов, возбуждаемых на поверхности $x = x_1$, на движение молекул. В первом уравнении (3.61) $M(x)U(x_1) \ll k_1^2(x)U(x)$, т.е. влияние токов на движение молекул мало. Более точные оценки приводят к тому же выводу, т.е. позволяют пренебречь слагаемым $W\phi$ в выражении (3.63).

Для нахождения явного вида функций $U_1(x)$ и $U_2(x)$ воспользуемся асимптотическим разложением уравнения $U'' - k_1^2(x)U = 0$ по величине k_1'/k_1^2 (квазиклассическое приближение). Такое разложение справедливо, если

$$\frac{1}{k_1^2(x)} \frac{dk_1(x)}{dx} = \frac{-i\Omega\eta'(x)}{2(1 - \Omega^2 - i\Omega\eta(x))^{3/2}} \ll 1.$$

Рассмотрим предельные случаи. При низких частотах ($\Omega \ll 1$) $k_1'(x)/k_1^2(x) \sim \Omega\eta'(x) \sim 10^{-2}\Omega \ll 1$. При высоких частотах ($\Omega \ll 1$) $k_1'(x)/k_1^2(x) \sim \eta'(x)/\Omega^2 \sim 10^{-2}/\Omega^2 \ll 1$. Если $\Omega \approx 1$, то $k_1'(x)/k_1^2(x) \sim \eta'(x) \sim 10^{-2} \ll 1$. Таким образом, параметр асимптотического разложения для всех частот много меньше единицы. Применимость квазиклассического приближения обусловлена тем, что при большой длине волны параметром разложения является отношение высоты однородной атмосферы к масштабу изменения концентрации ионов, т.е. величина, много меньшая единицы. Если длина волны меньше высоты однородной атмосферы, то параметром разложения служит отношение длины волны к масштабу изменения концентрации ионов. В квазиклассическом приближении линейно независимые решения $U_1(x)$ и $U_2(x)$ имеют вид:

$$U_1 \sim k_1^{-1/2}(x) \exp\left(\int_{x_1}^x dy k_1(y)\right); U_2 \sim k_1^{-1/2}(x) \exp\left(-\int_{x_1}^x dy k_1(y)\right).$$

Подставив эти функции в (3.63), получим зависимость коэффициента отражения от частоты:

$$R = \frac{-\Omega^2(1-\Omega^2) + in\Omega}{\left(\Omega^2 + 2\sqrt{1-\Omega^2}(1-\Omega^2) - in\Omega\right)}. \quad (3.64)$$

Коэффициент отражения (3.64) позволяет получить выражение для фурье-компонент возмущения магнитного поля на поверхности Земли:

$$b = \frac{B_0 \xi_1}{x_1 a} \left(\frac{\rho(0)}{\rho(x)} \right)^{1/2} U_0(\omega) \frac{2(1-\Omega^2)\sqrt{1-\Omega^2} \exp\left(x_1 \sqrt{1-\Omega^2}\right)}{(i\Omega \xi_1 - 2)\left((1-\Omega^2)(\Omega^2 + 2\sqrt{1-\Omega^2}) - in\Omega\right)}, \quad (3.65)$$

где $U_0(\omega)$ — спектральная функция источника звука, расположенного на поверхности Земли. При выводе зависимости (3.65) мы пренебрегали экспоненциально малым влиянием на возмущение магнитного поля акустической волны, дважды отраженной от токового слоя и поверхности Земли, что позволило упростить выражение (3.62): $U(x_1) \approx U_0(1+R)$. Как и ранее, зависимость $v_0(t)$ выберем в виде $v_0(t) = v_0 t_0^2 d\delta(t)/dt$, где $\delta(t)$ дельта-функция. Соответственно $v_0(\omega) = -i\omega v_0 t_0^2$. Применение обратного фурье-преобразования позволяет из (3.65) найти зависимость возмущения магнитного поля от времени в виде

$$b = B_0 D \frac{im}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega \frac{\Omega(1-\Omega^2)^{3/2} \exp\left(\sqrt{1-\Omega^2} x_1 - i\Omega \tau\right)}{(m-i\Omega)\left((1-\Omega^2)(\Omega^2 + 2\sqrt{1-\Omega^2}) - in\Omega\right)}, \quad (3.66)$$

где $\tau = t\omega_a; m = 2/\xi(x_1)$ $\tau = t\omega_a; m = 2/\xi(x_1)$;

$$D = \frac{\xi(x_1) v_0 t_0^2 \omega_a^2}{x_1 a} \sqrt{\frac{\rho(0)}{\rho(x_1)}} = \frac{v_1 a^2 v_0 t_0^2}{z_1 u^2(z_1)} \sqrt{\frac{\rho(0)}{\rho(z_1)}}. \quad (3.67)$$

Подынтегральное выражение в (3.66) имеет две точки ветвления $\Omega = \pm 1$ в комплексной плоскости Ω и два полюса первого порядка $\Omega_1 = -im; \Omega_2 = -i\left(\Omega_0 - 2n/\Omega_0^2(\Omega_0^2 + 2)\right)$, где $\Omega_0 = \sqrt{2\sqrt{2} + 2}$, расположенных в нижней плоскости. Однозначная ветвь функции

определяется условием $\text{Im}\sqrt{1-\Omega^2} > 0$; следовательно, разрез проводим по действительной оси между точками -1 и $+1$. Путь интегрирования проходит по верхнему берегу разреза. На разрезе корень действителен, причем на верхнем берегу положителен, а на нижнем — отрицателен. Смещая путь интегрирования в нижнюю полуплоскость, интеграл (3.66) представим суммой вычетов в полюсах Ω_1, Ω_2 и интегралом по разрезу Γ :

$$b = B_0 D \left(-m \sum_{k=1}^2 \text{res}(\Omega_k) + \frac{im}{2\pi} \int_{\Gamma} d\Omega \right). \quad (3.68)$$

Подставляя значения вычетов в точках Ω_1 и Ω_2 в (3.68) и интегрируя по разрезу, получаем:

$$b = B_0 D \left(m \exp(-m(\tau - x_1)) - d \exp(-\Omega_0(\tau - x_1)) - J(\tau) \right), \quad (3.69)$$

где $d = \left(\Omega_0^4 / 4(\Omega_0^2 - 2) \right) \exp(x_1(\Omega_0^2 - 2\Omega_0) / 2)$. В выражении (3.69) функция $J(\tau)$ задана в виде интеграла

$$J(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 d\Omega \Omega (1 - \Omega^2)^{3/2} \left(\Psi_+(\Omega, \tau) \exp(x_1 \sqrt{1 - \Omega^2}) + \Psi_-(\Omega, \tau) \exp(-x_1 \sqrt{1 - \Omega^2}) \right), \quad (3.70)$$

$$\Psi_{\pm}(\Omega, \tau) = \frac{n\Omega \cos(\Omega\tau) - \left(\Omega^2(1 - \Omega^2) \pm 2(1 - \Omega^2)^{3/2} \right) \sin(\Omega\tau)}{n^2\Omega^2 + \left(\Omega^2(1 - \Omega^2) \pm 2(1 - \Omega^2)^{3/2} \right)^2}.$$

Явный вид функции $J(\tau)$ получен численным интегрированием (3.70) при $x_1 = 6$. Зависимость $b(\tau)/B_0 D$ представлена графически на рис. 3.20. Были приняты следующие значения параметров: $m = 20, \Omega_0 = 2, 2, d = 10$. Из рис. 3.20 следует, что магнитное поле при $\tau - x_1 = (1/m) \ln(m^2 / d\Omega_0) = 0,15$ достигает максимального значения $b_m \approx B_0 D d \approx 10\gamma$.

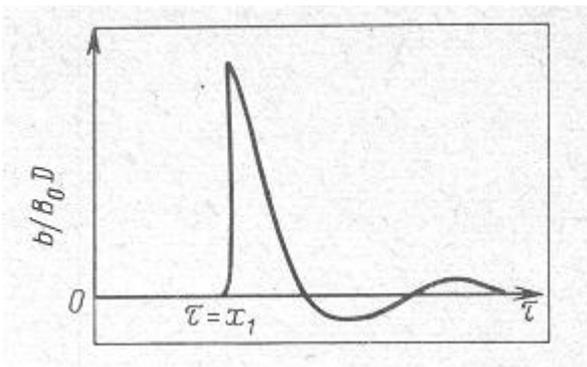


Рис. 3.20. Зависимость возмущения геомагнитного поля от безразмерного времени $\tau = t\omega_a$

Полученные результаты говорят о возможности возникновения вариаций геомагнитного поля с периодом порядка 10 мин, генерируемых при входе звуковой волны, которая возникает при землетрясении, в ионосферу. Подтверждением этого служит запись вариаций геомагнитного поля во время землетрясения, приведенная на рис. 2.24. После землетрясения, момент которого указан стрелкой, наблюдались затухающие колебания геомагнитного поля с периодом около 7 мин. Аналогичные колебания регистрировались на многих магнитометрических станциях и во время других землетрясений.

Г л а в а 4. РАСПРОСТРАНЕНИЕ МЕДЛЕННЫХ МГД-ВОЛН В ЗЕМНЫХ УСЛОВИЯХ

4.1. СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ МЕДЛЕННЫХ МГД-ВОЛН

Выясним, как особенности системы Земля — ионосфера (высокая проводимость Земли, различная ориентация магнитного поля в разных районах Земли и другие) влияют на характеристики импульса медленных МГД-волн, такие, как число и последовательность полупериодов в сигнале, закон уменьшения амплитуды волны с расстоянием и т.д.

В качестве источника волн рассматривается дипольный момент, меняющийся со временем и расположенный вблизи нижней границы ионосферы. Таким образом можно моделировать как эффекты входа звуковой волны в ионосферу, так и эффект токовых систем, возникающих в атмосфере (при интенсивных грозовых явлениях, при "всплывании" в атмосфере высокотемпературных плазменных образований и т.д.) .

Основой последующего анализа являются уравнения медленных МГД-волн:

$$\nabla \times \mathbf{E} = (i\omega/c)\mathbf{b}; \nabla \times \mathbf{b} = -(i\omega/c)\hat{\epsilon}\mathbf{E}. \quad (4.1)$$

Здесь $\hat{\epsilon}$ — диагональный тензор эффективной диэлектрической проницаемости плазмы, определенный в § 3.3. При выводе этих уравнений ионосферную плазму предполагали однородной; в частности, пренебрегали стратификацией ее по плотности в гравитационном поле. Такое упрощение, очевидно, "обедняет" модель, однако, как будет показано ниже, результаты, полученные на основе этой модели, вполне удовлетворительно согласуются с опытными данными. Причин здесь, по-видимому, несколько, главные из них — превалирующая роль магнитного давления по сравнению с гидродинамическим на высоте E -слоя ионосферы и выше и быстрое затухание волн при движении вверх, приводящее к тому, что результаты наиболее чувствительны к значению параметров в нижней

части ионосферы. Предполагаем, что ниже ионосферы находится диэлектрическая среда с $\hat{\epsilon} = 1$. Влияние земной поверхности рассматривается отдельно.

Основные трудности аналитического исследования решения системы (4.1) обусловлены необходимостью определения шести компонент электромагнитного поля из зацепляющихся уравнений и граничных условий. Если задача характеризуется некоторой симметрией, то иногда удается упростить ее, используя классический векторный потенциал электромагнитного поля. Однако в представляющих практический интерес случаях (например, при изучении волн, генерируемых магнитным диполем, параллельным границе ионосферы, когда геомагнитное поле направлено также вдоль этой границы) введение классических потенциалов не упрощает задачи, т.е. не уменьшает числа искомых функций и не разделяет исходную систему на несколько независимых.

Для аналитического исследования процесса распространения медленных МГД-волн в этих условиях были предложены [84] специфические потенциалы, удовлетворяющие условиям минимальности числа искомых функций, независимости этих функций друг от друга и стандартизации типов уравнений, которым эти функции удовлетворяют.

Потенциалы магнитодипольного излучения. Будем обозначать векторный потенциал волн, генерируемых магнитным диполем, \mathbf{P}_m . Определим поля \mathbf{E} и \mathbf{b} :

$$\mathbf{E} = (i\omega/c)\hat{\alpha}(\nabla \times \mathbf{P}_m), \mathbf{b} = grad(\nabla \cdot \mathbf{P}_m) + (\omega/c)^2 \hat{\beta} \mathbf{P}_m, \quad (4.2)$$

где диагональные тензоры $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ пока произвольны.

В среде со скалярной проводимостью можно положить $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 1$, при этом определения (4.2) совпадают с выражением для полей через вектор Герца. Подставляя (4.2) в (4.1), получаем:

$$(\nabla \cdot \hat{\beta} \mathbf{P}_m) = \hat{\epsilon} \hat{\alpha} (\nabla \times \mathbf{P}_m); \Delta \mathbf{P}_m + (\omega/c)^2 \hat{\beta} \mathbf{P}_m + \nabla \times (1 - \hat{\alpha})(\nabla \times \mathbf{P}_m) = 0.$$

Потребуем, чтобы, первое уравнение удовлетворялось тождественно. Для этого достаточно положить $\hat{\beta} = \beta, \hat{\alpha} = \beta \hat{\epsilon}^{-1}$. Второе уравнение при этом будет иметь вид:

$$\Delta \mathbf{P}_m + (\omega/c)^2 \hat{\beta} \mathbf{P}_m + (\nabla \times ((1 - \beta \hat{\epsilon}^{-1})(\nabla \times \mathbf{P}_m))) = 0. \quad (4.3)$$

Если ниже ионосферы расположена среда с $\hat{\epsilon} = 1$, то в ней

$$\mathbf{E} = (i\omega/c)(\nabla \times \mathbf{P}_m); \mathbf{b} = grad(\nabla \cdot \mathbf{P}_m) + (\omega/c)^2 \mathbf{P}_m.$$

С учетом того, что в этой среде существует магнитный диполь с моментом \mathbf{m} , для \mathbf{P}_m в области ниже ионосферы получим уравнение

$$\Delta \mathbf{P}_m + (\omega/c)^2 \mathbf{P}_m = -4\pi \mathbf{m}. \quad (4.4)$$

Рассмотрим уравнения (4.3) и (4.4) в декартовой системе координат с началом на поверхности Земли и осью z , направленной вверх. Координату нижней границы ионосферы обозначим z_1 . Пусть магнитное поле направлено по оси x . Магнитный момент направлен против поля. В этом случае тензор $\hat{\epsilon}$ имеет компоненты $e_{xx} \equiv e_{\parallel}, e_{yy} = e_{zz} = e_{\perp}$. Выпишем проекции уравнения (4.3) на координатные оси:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{mx} + (\omega/c)^2 \beta P_{mx} &= \left(1 - \frac{\beta}{e_{\perp}}\right) \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_{mx}}{\partial z} - \frac{\partial P_{mz}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_{my}}{\partial x} - \frac{\partial P_{mx}}{\partial y} \right) \right); \\ \Delta P_{my} + (\omega/c)^2 \beta P_{my} &= \left(1 - \frac{\beta}{e_{\perp}}\right) \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P_{my}}{\partial x} - \frac{\partial P_{mx}}{\partial y} \right) \right) - \\ &- \left(1 - \frac{\beta}{e_{\parallel}}\right) \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_{mz}}{\partial y} - \frac{\partial P_{my}}{\partial z} \right) \right); \\ \Delta P_{mz} + (\omega/c)^2 \beta P_{mz} &= \left(1 - \frac{\beta}{e_{\parallel}}\right) \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_{mz}}{\partial y} - \frac{\partial P_{my}}{\partial z} \right) \right) - \\ &\left(1 - \frac{\beta}{e_{\perp}}\right) \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P_{mx}}{\partial z} - \frac{\partial P_{mz}}{\partial x} \right) \right). \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

Уравнения (4.4) соответственно примут вид:

$$\Delta P_{mx} + (\omega/c)^2 P_{mx} = 4\pi m_x; \Delta P_{my,z} + (\omega/c)^2 P_{my,z} = 0. \quad (4.6)$$

Если положить $\beta = e_{\perp}$, то правая часть в первом уравнении (4.5) обращается в нуль. С помощью (4.5), (4.6) можно показать, что компонента электрического поля E_x удовлетворяет уравнениям

$$\begin{aligned} \Delta E_x + (\omega/c)^2 e_{\perp} E_x - \left(1 - \frac{e_{\perp}}{e_{\parallel}}\right) \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_x &= 0, \quad z_1 < z; \\ \Delta E_x + (\omega/c)^2 E_x &= 0, \quad 0 < z < z_1. \end{aligned}$$

Так как E_x удовлетворяет однородным уравнениям в двух средах и непрерывна на границе раздела, во всем пространстве $E_x = 0$ и компоненты потенциала P_{mz} и P_{my} в плазме удовлетворяют уравнениям:

$$\Delta P_{my,z} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{my,z} = 0.$$

Таким образом, P_{my} и P_{mz} удовлетворяют однородным уравнениям в двух средах и однородным граничным условиям на границе раздела; следовательно $P_{my} = P_{mz} = 0$.

Значит, если положить $\beta = e_{\perp}$, то во всем пространстве будет отлична от нуля одна компонента потенциала P_{mx} которая удовлетворяет уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{mx} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{mx} &= 0, \quad z_1 > z; \\ \Delta P_{mx} + (\omega/c)^2 P_{mx} &= 4\pi m_x, \quad 0 < z < z_1. \end{aligned} \right\}$$

Компоненты полей при $z_1 > z$ выражаются через одну скалярную величину:

$$\left. \begin{aligned} E_x = 0; E_y = (i\omega/c) \partial P_{mx} / \partial z; E_z = -(i\omega/c) \partial P_{mx} / \partial y; \\ b_x = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} e_{\perp} \right) P_{mx}; b_y = \frac{\partial^2 P_{mx}}{\partial x \partial y}; b_z = \frac{\partial^2 P_{mx}}{\partial x \partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Аналогичные выражения справедливы для области $0 < z < z_1$, если $e_{\perp} = 1$. Граничные условия получаются из требований непрерывности тангенциальных компонент полей при переходе через поверхность раздела двух сред и исчезновения тангенциальной компоненты электрического поля на идеально проводящей плоскости $z = 0$, а именно:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial P_{mx}}{\partial z} \right)_{z=0} = 0; P_{mx}(z \rightarrow \infty) \rightarrow 0; \\ P_{mx}(z_1 + 0) = P_{mx}(z_1 - 0); \left(\frac{\partial P_{mx}}{\partial z} \right)_{z_1+0} = \left(\frac{\partial P_{mx}}{\partial z} \right)_{z_1-0}. \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Таким образом, задача о пространственно-временном распределении диамагнитного возмущения в системе Земля — ионосфера при продольном внешнем магнитном поле сводится к нахождению одной скалярной функции P_{mx} , удовлетворяющей уравнениям (4.7) и граничным условиям (4.9).

Нетрудно убедиться в том, что при произвольной взаимной ориентации \mathbf{m} и \mathbf{B} следует полагать $\beta = e_{\perp}$, чтобы число отличных от нуля компонент потенциала было минимальным. Следовательно, магнитодипольный потенциал в плазме вводится формулами:

$$\mathbf{E} = (i\omega/c)e_{\perp}\hat{e}^{-1}(\nabla \times \mathbf{P}_m); \mathbf{b} = \text{grad}(\nabla \cdot \mathbf{P}_m) + (\omega/c)^2 e_{\perp} \mathbf{P}_m. \quad (4.10)$$

и удовлетворяет уравнению

$$\Delta \mathbf{P}_m + (\omega/c)^2 \mathbf{P}_m + \left(\nabla \times \left((1 - e_{\perp} \hat{e}^{-1}) (\nabla \times \mathbf{P}_m) \right) \right) = 0. \quad (4.11)$$

Получим уравнения для потенциала при различных взаимных ориентациях \mathbf{m} и \mathbf{B} .

1. $[B_z, -m_z]$. В этом случае удобно воспользоваться цилиндрической системой координат с аксиальной осью, направленной вдоль оси z . Выпишем компоненты уравнений (4.11) и (4.4), принимая во внимание, что все величины не зависят от угла φ и излучатель направлен против поля:

$$\begin{aligned} \Delta P_{mr} - r^{-2} P_{mr} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{mr} &= 0; \\ \Delta P_{m\varphi} - \frac{P_{m\varphi}}{r^2} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{m\varphi} - \left(1 - \frac{e_{\perp}}{e_{\parallel}} \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial P_{m\varphi}}{\partial r} \right) &= 0; \\ \Delta P_{mz} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{mz} &= 0. \end{aligned}$$

Для поля в слое $0 < z < z_1$

$$\Delta P_{mr,\varphi} - r^{-2} P_{mr,\varphi} + (\omega/c)^2 P_{mr,\varphi} = 0; \Delta P_{mz} + (\omega/c)^2 P_{mz} = 4\pi m_z.$$

Из выписанных уравнений видно, что для определения компонент потенциала P_{mz} и $P_{m\varphi}$ имеем однородную задачу, т.е. однородные уравнения для двух сред с однородными граничными условиями на границе раздела двух сред, которым удовлетворяет нулевое, решение. Таким образом, получаем, что компоненты $P_{mz} = P_{m\varphi} = 0$, а поле во всем пространстве определяется одной скалярной функцией P_{mz} , удовлетворяющей следующим уравнениям и граничным условиям:

$$\left. \begin{aligned}
&\text{при } z > z_1 \\
&\Delta P_{mz} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{mz} = 0; \\
&E_r = 0; E_{\varphi} = -(\omega/c) \frac{\partial P_{mz}}{\partial r}; E_z = 0; b_r = \frac{\partial^2 P_{mz}}{\partial r \partial z}; \\
&b_{\varphi} = 0; b_z = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} e_{\perp} \right) P_{mz}; \\
&\text{при } 0 < z < z_1 \\
&\Delta P_{mz} + (\omega/c)^2 P_{mz} = 4\pi m_z; \\
&E_r = E_z = b_{\varphi} = 0; E_{\varphi} = -(\omega/c) \frac{\partial P_{mz}}{\partial r}; b_r = \frac{\partial^2 P_{mz}}{\partial r \partial z}; \\
&b_z = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \right) P_{mz}; P_{mz}(z=0) = 0; P_{mz}(z \rightarrow \infty) \rightarrow 0; \\
&P_{mz}(z_1 - 0) = P_{mz}(z_1 + 0); \left(\frac{\partial P_{mz}}{\partial z} \right)_{z_1-0} = \left(\frac{\partial P_{mz}}{\partial z} \right)_{z_1+0}.
\end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Уравнения (4.12) описывают распространение сигнала в полярных областях.

2. $[B_x, -m_x]$. Этот случай был подробно рассмотрен выше. Выпишем уравнения, которым удовлетворяет потенциал геомагнитных возмущений в системе Земля—атмосфера — ионосфера при наличии продольного магнитного поля:

$$\left. \begin{aligned}
& \text{при } z > z_1 \\
& \Delta P_{mx} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{mx} = 0; \\
& E_x = 0; E_y = -(\mathrm{i}\omega/c) \frac{\partial P_{mx}}{\partial z}; E_z = -(\mathrm{i}\omega/c) \frac{\partial P_{mx}}{\partial y}; \\
& b_x = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} e_{\perp} \right) P_{mx}; b_y = \frac{\partial^2 P_{mx}}{\partial x \partial y}; \\
& \text{при } 0 < z < z_1 \\
& \Delta P_{mx} + (\omega/c)^2 P_{mx} = 4\pi m_x; \\
& E_x = 0; E_y = -(\mathrm{i}\omega/c) \frac{\partial P_{mx}}{\partial z}; E_z = -(\mathrm{i}\omega/c) \frac{\partial P_{mx}}{\partial y}; \\
& b_x = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \right) P_{mx}; b_y = \frac{\partial^2 P_{mx}}{\partial x \partial y}; \\
& \left(\frac{\partial P_{mx}}{\partial z} \right)_{z=0} = 0; P_{mx}(z \rightarrow \infty) \rightarrow 0; P_{mx}(z_1 + 0) = P_{mx}(z_1 - 0); \\
& \left(\frac{\partial P_{mx}}{\partial z} \right)_{z_1+0} = \left(\frac{\partial P_{mx}}{\partial z} \right)_{z_1-0}.
\end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Уравнения (4.13) описывают экваториальное распространение сигнала.

3. $[B_z, m_x]$. Тогда

$$\begin{aligned}
& \text{при } z > z_1 \\
& \Delta P_{mx} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{mx} + \left(1 - \frac{e_{\perp}}{e_{\parallel}} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_{my}}{\partial x} - \frac{\partial P_{mx}}{\partial y} \right) = 0; \\
& \Delta P_{my} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{my} - \left(1 - \frac{e_{\perp}}{e_{\parallel}} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P_{my}}{\partial x} - \frac{\partial P_{mx}}{\partial y} \right) = 0; \\
& \text{при } 0 < z < z_1 \\
& \Delta P_{mx} + (\omega/c)^2 P_{mx} = -4\pi m_x; \\
& \Delta P_{my} + (\omega/c)^2 P_{my} = 0.
\end{aligned}$$

4. $[B_x, m_z]$. В этом случае

при $z > z_1$

$$\Delta P_{my} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{my} - \left(1 - \frac{e_{\perp}}{e_{\parallel}}\right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_{mz}}{\partial y} - \frac{\partial P_{my}}{\partial z} \right) = 0;$$

$$\Delta P_{mz} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{mz} - \left(1 - \frac{e_{\perp}}{e_{\parallel}}\right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_{mz}}{\partial y} - \frac{\partial P_{my}}{\partial z} \right) = 0;$$

при $0 < z < z_1$

$$\Delta P_{my} + (\omega/c)^2 P_{my} = 0; \Delta P_{mz} + (\omega/c)^2 P_{mz} = -4\pi m_z.$$

5. $[B_x, m_y]$. Тогда

при $z > z_1$

$$\Delta P_{my} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{my} + \left(1 - \frac{e_{\perp}}{e_{\parallel}}\right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_{mz}}{\partial y} - \frac{\partial P_{my}}{\partial z} \right) = 0;$$

$$\Delta P_{mz} + (\omega/c)^2 e_{\perp} P_{mz} + \left(1 - \frac{e_{\perp}}{e_{\parallel}}\right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_{mz}}{\partial y} - \frac{\partial P_{my}}{\partial z} \right) = 0;$$

при $0 < z < z_1$

$$\Delta P_{my} + (\omega/c)^2 P_{my} = -4\pi m_y; \Delta P_{mz} + (\omega/c)^2 P_{mz} = 0.$$

Таким образом, из рассмотренных примеров видно, что когда \mathbf{V} и \mathbf{m} направлены по различным осям, поле определяется двумя скалярными функциями — компонентами вектора \mathbf{P}_m , расположенного в перпендикулярной \mathbf{V} плоскости, т.е. $(\mathbf{V} \cdot \mathbf{P}_m) = 0$ всегда, за исключением случая $\mathbf{V} \parallel \mathbf{P}_m$, когда имеет место "вырождение" и поле определяется одной скалярной функцией.

Аналогичное рассмотрение можно провести в случае, когда поле генерируется электрическим диполем с моментом \mathbf{d} , также расположенным ниже ионосферы. При этом \mathbf{E} и \mathbf{b} определяются выражениями:

$$\mathbf{E} = \text{grad}(\nabla \cdot \mathbf{P}_d) + e_{\perp} (\omega/c)^2 \mathbf{P}_d; \mathbf{b} = -(i\omega/c) e_{\perp} (\nabla \times \mathbf{P}_d).$$

Уравнение для \mathbf{P}_d в ионосфере имеет вид:

$$\Delta \mathbf{P}_d + (\omega/c)^2 \hat{e} \mathbf{P}_d + (e_{\perp}^{-1} \hat{e} - 1) \text{grad}(\nabla \cdot \mathbf{P}_d) = 0.$$

Ниже ионосферы $\hat{e} = 1$, поэтому

$$\mathbf{E} = \text{grad}(\nabla \cdot \mathbf{P}_d) + (\omega/c)^2 \mathbf{P}_d; \mathbf{b} = -(\mathbf{i}\omega/c)(\nabla \times \mathbf{P}_d).$$

и для \mathbf{P}_d имеем уравнение

$$\Delta \mathbf{P}_d + (\omega/c)^2 \mathbf{P}_d = -4\pi \mathbf{d}.$$

Результаты рассмотрения различных случаев направления \mathbf{V} и \mathbf{d} сводятся к следующему: при коллинеарных \mathbf{V} и \mathbf{d} отлична от нуля одна компонента \mathbf{P}_d — вдоль поля. При взаимно ортогональных \mathbf{V} и \mathbf{d} векторы \mathbf{V} , \mathbf{d} и \mathbf{P}_d лежат в одной плоскости, причем обе компоненты \mathbf{P}_d при этом определяются из независимых уравнений и граничных условий.

Резюмируя, можно заключить, что введение таким образом потенциалов медленных МГД-волн, существенно упрощая математическую сторону задачи, позволяет аналитически исследовать возбуждение вариаций геомагнитного поля источником, расположенным ниже ионосферы, и распространение этих волн в земных условиях.

Уравнения для потенциалов имеют вид волновых уравнений и описывают волны, которые генерируются квазистатическими полями излучателя, возбуждающими токи в ионосферной плазме. В удаленных от излучателя точках прохождения МГД-волны регистрируется как вариация геомагнитного поля. На форму импульса влияет наличие проводящей земной поверхности, так что распространение его имеет волноводный характер. Поле, однако, переносится боковой волной, поэтому Земля привносит некоторые особенности, но не меняет принципиально картины явления.

4.2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ МГД-ВОЛН ВДОЛЬ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ ИОНОСФЕРЫ

Формирование вариаций геомагнитного поля и пространственно-временные характеристики сигнала можно исследовать, на примере задачи возбуждения и распространения МГД-волн на поверхности раздела непроводящей среды и замагниченной плазмы, если излучатель расположен на поверхности и направлен перпендикулярно границе вдоль внешнего однородного магнитного поля. Излучателем является магнитный диполь, моделирующий такие явления, как вход в ионосферу интенсивной звуковой волны, "всплывание" высокотемпературных плазменных образований в атмосфере и пр.

На электромагнитную волну, которая распространяется в воздухе вдоль поверхности, ограничивающей среду с отличными от воздуха электрическими свойствами, сильно влияет наличие такой границы. Задача определения полей в воздухе от электрического или

магнитного диполя, расположенного вблизи поверхности Земли, изложена, например, в [85]. Однако если поверхность ограничивает не диэлектрик, а замагниченную плазму, то токи, наведенные в ней полем излучателя, создают механические возмущения, распространяющиеся в виде МГД-волн. Так как скорость этих волн много меньше скорости электромагнитной волны, можно ожидать, что вслед за излученным полем вдоль поверхности будет распространяться электромагнитный импульс со скоростью порядка скорости МГД-волны. Задача определения характеристик этого импульса, аналогичная задаче Зоммерфельда [85] о нахождении поля вблизи поверхности с большой диэлектрической проницаемостью, решена в [86]. Следует заметить, что задача нахождения пространственно-временного распределения поля излучателя может считаться решенной, если найдена импульсная функция, так как рассчитанные поля при произвольной временной зависимости излучателя сводятся к вычислению свертки этой зависимости с импульсной функцией. Ниже найдена импульсная функция МГД-волн, распространяющихся вдоль плоской поверхности раздела воздуха и замагниченной плазмы. Введем систему координат с началом на поверхности и осью z , перпендикулярной границе, причем область $z > 0$ занята плазмой, а $z < 0$ — воздухом. Внешнее поле $\mathbf{B} \parallel Oz$, а магнитный диполь расположен в начале координат и направлен против поля. В этом случае, как было показано в § 4.1, отлична от нуля компонента потенциала P_{mz} которая удовлетворяет следующим уравнениям и граничным условиям:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P + (\omega/c)^2 e_{\perp} P &= 0, z > 0; \\ \Delta P + (\omega/c)^2 P &= 4\pi m, z > 0; \\ P(z = +0) &= P(z = -0); \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{z=+0} = \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{z=-0}; \\ E_r = E_z = b_{\varphi} &= 0; \\ E_{\varphi} &= -\frac{i\omega}{c} \frac{\partial P}{\partial r}; b_r = \frac{\partial^2 P}{\partial z \partial r}; \\ b_z(z > 0) &= \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 e_{\perp} \right) P; b_z(z < 0) = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right) P. \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

В (4.14) у P_{mz} опущены индексы m и z . Для решения уравнений (4.14) удобно воспользоваться преобразованием Ганкеля по r :

$$P = \int_0^{\infty} d\gamma \gamma J_0(\gamma r) P_\gamma; P_\gamma = \int_0^{\infty} dr r J_0(\gamma r) P. \quad (4.15)$$

Оператор Лапласа в цилиндрических координатах преобразуется с помощью (4.15) следующим образом:

$$\int_0^{\infty} d\gamma \gamma J_0(\gamma r) \Delta P = \frac{d^2 P_\gamma}{dz^2} - \gamma^2 P_\gamma$$

при условии $Pr \rightarrow 0; r \rightarrow \infty$.

Преобразованные уравнения (4.14) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 P_\gamma}{dz^2} - q_1^2 P_\gamma &= 0, z > 0; \\ \frac{d^2 P_\gamma}{dz^2} - q_0^2 P_\gamma &= 4\pi m, z < 0; \\ q_1^2 &\equiv \gamma^2 - k_1^2; q_0^2 \equiv \gamma^2 - k_0^2; k_1^2 = (\omega/c)^2 e_\perp; k_0^2 = (\omega/c)^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

Решение системы (4.16) получаем методом вариации постоянных:

$$\left. \begin{aligned} P_\gamma(z > 0) &= 4\pi \exp(q_1 z) (q_0 + q_1)^{-1} \int_0^{\infty} dz' m_\gamma(z') \exp(q_1 z'); \\ P_\gamma(z < 0) &= \frac{2\pi}{q_0} \left(\int_z^{\infty} dz' m_\gamma(z') \exp(-q_0(z-z')) + \right. \\ &\left. + \int_0^z dz' m_\gamma(z') \exp(-q_0(z-z')) - \frac{q_0 - q_1}{q_0 + q_1} \int_{-\infty}^0 dz' m_\gamma(z') \right). \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

Для точечного магнитного момента полученные выражения можно упростить. Предположим, что магнитный диполь создается кольцевым током, текущим по окружности радиусом r_0 , много меньшим расстояния до точки наблюдения. В этом случае объемная плотность магнитных диполей $m(r, z)$ отлична от нуля и постоянна в объеме тонкого кольцевого слоя радиусом r_0 , расположенного на плоскости $z = -0$. Интегрируя, получаем:

$$\int_{-\infty}^0 dz' \int_0^{\infty} dr r J_0(\gamma r) m(r, z) = m(r_0, 0) \Delta z_0 \Delta r_0 r_0 J_0(\gamma r_0) \equiv \frac{M_{\omega}}{2\pi},$$

где M — фурье-компонента полного магнитного момента кольцевого тока, которая по определению равна $2\pi r_0 \Delta r_0 \Delta z_0 m(r_0, 0)$. Поскольку $r_0 \ll \gamma^{-1}$, $J_0(\gamma r_0) = 1$.

Так как бесконечно тонкое кольцо с током излучателя расположено на поверхности $z = -0$, для $z < 0$

$$\int_{-\infty}^0 dz' m_{\gamma}(z') \exp(q_0 z') = 0; \int_z^0 dz' m_{\gamma}(z') \exp(q_0 z') = \frac{M_{\omega}}{2\pi}.$$

Упростим (4.17), подставив значения интегралов:

$$\left. \begin{aligned} P_{\gamma}(z > 0) &= -2(M_{\omega} / (q_0 + q_1)) \exp(-q_0 z); \\ P_{\gamma}(z < 0) &= -2M_{\omega} (q_0 + q_1)^{-1} \exp(q_0 z). \end{aligned} \right\} \quad (4.18)$$

Произведя в (4.18) обратное преобразование Ганкеля (4.15) и обратное преобразование Фурье, получим для $z < 0$:

$$\begin{aligned} P(r, z, t) &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} dt' M(t') \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp(-i\omega(t-t')) \times \\ &\times \int_0^{\infty} d\gamma \gamma J_0(\gamma r) \frac{2 \exp\left(z\sqrt{\gamma^2 - k_0^2}\right)}{\sqrt{\gamma^2 - k_0^2} - \sqrt{\gamma^2 - k_1^2}}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Полагая $M(t) = M_0 \delta(t)$, выражение (4.19) преобразуем к виду

$$\begin{aligned}
P = & -\frac{M_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{k_1^2 - k_0^2} \exp(-i\omega t) \times \\
& \times \int_0^{\infty} d\gamma \gamma J_0(\gamma r) \left(\sqrt{\gamma^2 - k_0^2} \exp\left(z\sqrt{\gamma^2 - k_0^2}\right) - \right. \\
& \left. - \sqrt{\gamma^2 - k_1^2} \exp\left(z\sqrt{\gamma^2 - k_1^2}\right) + \right. \\
& \left. + \sqrt{\gamma^2 - k_1^2} \left(\exp\left(-z\sqrt{\gamma^2 - k_1^2}\right) - \exp\left(z\sqrt{\gamma^2 - k_0^2}\right) \right) \right). \tag{4.20}
\end{aligned}$$

Потенциал (4.20) является решением системы (4.14) в интегральном виде. Чтобы получить пространственно-временное распределение поля в явном виде, необходимо вычислить интегралы (4.20). Первый и второй интегралы в фигурных скобках берутся с помощью интеграла Сонина, а именно:

$$\int_0^{\infty} d\gamma \gamma J_0(\gamma r) \sqrt{\gamma^2 - k^2} \exp\left(z\sqrt{\gamma^2 - k^2}\right) = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\exp\left(ik\sqrt{z^2 + r^2}\right)}{\sqrt{z^2 + r^2}} \right), \text{Im } k > 0. \tag{4.21}$$

Будем искать потенциал поля излучения на границе раздела двух сред, т.е. при $z = 0$. Для этого, подставляя интеграл (4.21) в (4.20), переходим в (4.20) к пределу $z \rightarrow 0$. Можно показать (см., например, [87]), что последний интеграл в выражении (4.20) при этом обращается в нуль. Имея в виду, что $(\partial/\partial z)\sqrt{z^2 + r^2} = (z/r)(\partial/\partial r)\sqrt{z^2 + r^2}$, из (4.20) находим:

$$P(z, t) = -\frac{M_0}{\pi r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{k_1^2 - k_0^2} \exp(-i\omega t) (\exp(ik_0 r) - \exp(ik_1 r)). \tag{4.22}$$

Выражение (4.22) описывает распространение двух импульсов: одного со скоростью света, а другого со скоростью МГД-волны. Быстрый импульс, который описывается первым слагаемым под знаком интеграла (4.22), представляет собой квазистатическое поле излучателя. Ниже рассмотрим лишь второй, медленный импульс, для которого точка наблюдения расположена в волновой зоне. Для низких частот в пренебрежении токами смещения получим выражение для k_1

$$k_1 = \frac{\omega}{c} \sqrt{e_{\perp}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 + \frac{c^2}{u^2} \frac{iv_1}{\omega + iv_1}} \approx \frac{\omega}{u} \sqrt{\frac{iv_1}{\omega + iv_1}}. \quad (4.23)$$

В волновой зоне МГД-волн введем вместо $P(r, t)$ величину $A(r, t) = (\partial/\partial r)P(r, t)$

Полагая, что при $|k_1 r| \gg 1 \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r}\right)^2 \approx \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2}$, с учетом (4.23) из (4.22) находим:

$$A(r, t) = -\frac{M_0}{\pi r^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp\left(-i\omega t + ir \frac{\omega}{u} \sqrt{\frac{iv_1}{\omega + iv_1}}\right). \quad (4.24)$$

Исследуем поведение подынтегральной функции (4.24) в комплексной плоскости ω . Подынтегральная функция в (4.24) имеет одну особенность — точку ветвления $\omega = -iv_1$. Первой римановой поверхностью, по которой проходит контур интегрирования, назовем такую, на которой $\text{Im } k_1 > 0$ (это условие исчезновения поля на бесконечности). Первая риманова поверхность отделена от второй, на которой $\text{Im } k_1 < 0$, разрезом, проходящим по мнимой оси от $-iv_1$ до $-i\infty$. Конформное преобразование $\omega = -iv_1(1 + \xi^2)$ преобразует первую риманову поверхность ω в верхнюю полуплоскость $\xi = \eta + i\zeta$, а контур интегрирования, проходящий по действительной оси плоскости ω , — в контур C на плоскости ξ (рис. 4.1).

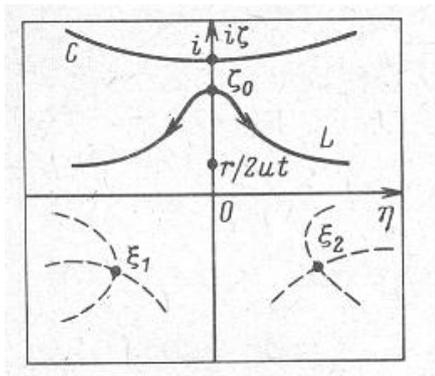


Рис. 4.1. Контур интегрирования на плоскости ξ

Формула (4.24) преобразуется к виду

$$A = \frac{2iM_0v_1}{\pi r^2} \exp(-v_1 t) \int_c d\xi \xi \exp\left(-v_1 t \xi^2 + \frac{iv_1 r}{u} \frac{1 + \xi^2}{\xi}\right). \quad (4.25)$$

Для вычисления интеграла (4.25) воспользуемся методом перевала [88]. Обозначим функцию, стоящую под знаком экспоненты, $F(\xi)$:

$$F(\xi) = \varphi(\xi) + i\psi(\xi) = -v_1 t \xi^2 + \frac{iv_1 r}{u} \frac{1 + \xi^2}{\xi}.$$

Необходимо деформировать путь интегрирования так, чтобы он совпадал с линией наискорейшего спуска, задаваемой уравнением $\psi = const$, и проходил через точку, где $\varphi(\xi)$ достигает максимума (эту точку называют перевальной и находят из условия $F'(\xi) = 0$). Основной вклад в значение интеграла дает окрестность перевальной точки ξ_0 , поэтому при вычислении интеграла (4.25) функцию, стоящую в показателе экспоненты, достаточно интерполировать двумя первыми членами ее разложения в ряд Тейлора в окрестности точки ξ_0 :

$$F(\xi) \approx F(\xi_0) + (1/2)(\xi - \xi_0)^2 F''(\xi_0).$$

Подставив разложение $F(\xi)$ в (4.25), получим приближенное значение интеграла.

Найдем перевальную точку. Так как

$$dF/d\xi = -2v_1 t \xi + iv_1 r/u - i(v_1 r/u)/\xi^2,$$

уравнение для перевальной точки записывается следующим образом:

$$\xi^3 - i(r/2ut)(\xi^2 - 1) = 0. \quad (4.26)$$

Уравнение (4.26) имеет три корня: ξ_0, ξ_1, ξ_2 . Корень ξ_0 расположен на мнимой оси ξ .

Подставив $\xi_0 = i\zeta_0$ в (4.26), запишем уравнение, которому удовлетворяет ζ_0 :

$$\zeta_0^3 = (r/2ut)(\zeta_0^2 + 1). \quad (4.27)$$

Легко видеть из (4.27), что при $r \gg ut$ $\zeta_0 \approx r/2ut$, а при $r \ll ut$ $\zeta_0 \approx (r/2ut)^{1/3}$ (рис. 4.2).

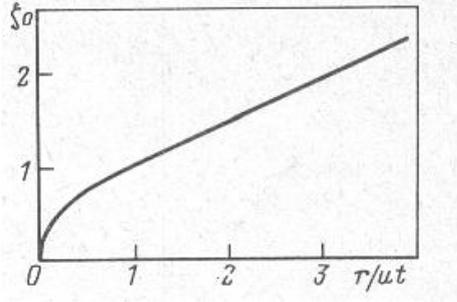


Рис. 4.2. Зависимость ζ_0 от $r/2ut$

Найдем линии наискорейшего спуска, проходящие через перевальную точку ξ_0 . Они определяются уравнением $\text{Im} F(\xi) = \text{const}$. Подставив $\xi = \eta + i\zeta$, получим:

$$-2\zeta\eta + (r/ut)\eta + (r/ut)\eta(\eta^2 + \zeta^2) = \text{const}.$$

Так как $\text{Im} F(\xi_0) = 0$, постоянная равна 0 и получаем уравнения линий, на которых $\text{Im} F = 0$:

$$\eta = 0; \eta^2 = (2ut\zeta/r - 1)^{-1} - \zeta^2.$$

На рис. 4.1 изображены линии $\text{Im} F = 0$ (стрелками показано направление уменьшения $\text{Re} F$).

Корни ξ_1 и ξ_2 уравнения (4.26) не являются перевальными точками, так как линии $\text{Im} F = \text{const}$, проходящие через эти точки, не могут пересекать мнимую ось (линии

наискорейшего спуска пересекаются лишь в экстремальных точках, а выше было показано, что прямая $\eta = 0$ — линия наискорейшего спуска, проходящая через точку ξ_0).

Путь интегрирования в (4.25) сместим с контура C на линию наискорейшего спуска L (см. рис. 4.1). Как было отмечено выше, основной вклад в значение интеграла дает окрестность перевальной точки $\xi_0 = i\zeta_0$. Подставляя разложение $F(\xi)$ в (4.25) и используя метод Лапласа для оценки интеграла в окрестности перевальной точки $i\zeta_0$, получаем:

$$A = -\frac{2M_0 v_1 \zeta_0}{\pi r^2} \sqrt{-\frac{2\pi}{F''(i\zeta_0)}} \exp(-v_1 t + F(i\zeta_0)).$$

Используя (4.27), можно найти:

$$F(i\zeta_0) = -\frac{rv_1}{2u} \frac{\zeta_0^2 - 3}{\zeta_0}; F''(i\zeta_0) = -\frac{rv_1}{u} \frac{\zeta_0^2 + 3}{\zeta_0^3},$$

в результате чего

$$A = -\frac{2M_0 \sqrt{v_1 u}}{\sqrt{\pi} r^{5/2}} \zeta_0 \sqrt{\frac{2\zeta_0^3}{\zeta_0^2 + 3}} \exp\left(-r \frac{v_1}{u} \frac{(\zeta_0^2 - 1)^2}{2\zeta_0^3}\right).$$

Величина A как функция ζ_0 имеет максимум в точке $\zeta_0 = 1$. Перед экспонентой стоит медленно меняющаяся функция переменной ζ_0 , ее можно заменить значением в точке максимума экспоненты $\zeta_0 = 1$, так как рассматриваем расстояния r , на которых $rv_1/u \gg 1$ и экспонента имеет резкий максимум. Тогда

$$A(r, t) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 \sqrt{v_1 u} r^{-5/2} \exp\left(-\frac{rv_1}{u} \frac{(\zeta_0^2 - 1)^2}{2\zeta_0^3}\right). \quad (4.28)$$

Другой вид зависимости A можно получить, если перейти к переменным ξ_0, t , принимая во внимание, что $r = 2ut\xi_0^3 / (\xi_0^2 + 1)$:

$$A(r, t) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 \sqrt{v_1} u^{-2} t^{-5/2} \exp\left(-v_1 t \frac{(\zeta_0^2 - 1)^2}{(\zeta_0^2 + 1)}\right), \quad (4.29)$$

где ζ_0 — решение алгебраического уравнения (4.7) с коэффициентами, зависящими от r и t .

Найдем компоненты полей \mathbf{E} и \mathbf{b} :

$$E_\varphi = -i(\omega/c) \partial P / \partial r = -i(\omega/c) A \rightarrow (1/c) \partial A / \partial t;$$

$$b_z = \left(\partial^2 / \partial z^2 + (\omega/c)^2\right) P \approx \partial A / \partial r.$$

Чтобы определить b_z , перейдем от производной по r к производной по ζ_0 с помощью (4.27):

$$\partial / \partial r = (\partial r / \partial \zeta_0)^{-1} \partial / \partial \zeta_0 \approx (1/2ut) \partial / \partial \zeta_0.$$

Найдем b_z , взяв производную от (4.29):

$$b_z \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 v_1^{3/2} u^{-3} t^{-5/2} (1 - \zeta_0^2) \exp\left(-v_1 t \frac{(\zeta_0^2 - 1)^2}{(\zeta_0^2 + 1)}\right).$$

Медленные функции заменяем их значением в точке максимума экспоненты. В переменных r, ξ_0

$$b_z = \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 v_1 \sqrt{\frac{v_1}{u}} r^{-5/2} (1 - \zeta_0^2) \exp\left(-\frac{rv_1}{u} \frac{(\zeta_0^2 - 1)^2}{(\zeta_0^2 + 1)}\right). \quad (4.30)$$

Временная зависимость b_z описывается функцией под знаком экспоненты, обозначив которую

$$f \equiv \sqrt{rv_1 / 2u} (\zeta_0^2 - 1) / \zeta_0^{3/2},$$

перепишем (4.30) в виде

$$b_z = -\left(2/\sqrt{\pi}\right)\left(M_0 v_1 / r^3\right) f\left(\zeta_0\right) \exp\left(-f^2\left(\zeta_0\right)\right). \quad (4.32)$$

Аналогично найдем E_φ . Перейдем от производной по t к производной по ζ_0 с помощью (4.27):

$$\partial/\partial t = \left(\partial t/\partial \zeta_0\right)^{-1} \partial/\partial \zeta_0 \approx -(u/2r)\partial/\partial \zeta_0.$$

Взяв производную от (4.28), найдем:

$$E_\varphi = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 v_1 \sqrt{\frac{v_1 u}{c^2}} r^{-5/2} (1 - \zeta_0^2) \exp\left(-\frac{r v_1 (\zeta_0^2 - 1)^2}{2u \zeta_0^3}\right).$$

Воспользовавшись (4.31), перепишем выражение для E_φ в виде

$$E_\varphi = -\left(2/\sqrt{\pi}\right)\left(M_0 v_1 / r^3\right)(u/c) f\left(\zeta_0\right) \exp\left(-f^2\left(\zeta_0\right)\right). \quad (4.33)$$

Зависимость от времени в (4.32), (4.33) одинаковая. Из сопоставления этих выражений видно, что $E_\varphi = (u/c)b_z$, так как электрическое поле возникает за счет индукции в движущейся проводящей среде в магнитном поле. Видно, что эти функции достигают экстремума при $f = \pm 1/\sqrt{2}$, следовательно, максимальная амплитуда убывает с расстоянием как r^{-3} , т.е.

$$\max\{b_z\} \approx \sqrt{2/\pi}\left(M_0 v_1 / r^3\right) \exp(-1/2).$$

Сигнал представляет собой двухполупериодный импульс. Рассмотрим движение каждого из двух его экстремальных точек, которые определяются из условия $f(\zeta_0) = \pm 1/\sqrt{2}$. Подставляя это значение f в (4.31), получаем:

$$r = (u/v_1) \zeta_0^3 / (\zeta_0^2 - 1)^2. \quad (4.34)$$

Решая совместно (4.34) и (4.27), находим явную зависимость координаты экстремума каждого полупериода от времени:

$$(\zeta_0^2 - 1)^2 2v_1 t = \zeta_0^2 + 1; \zeta_0^2 = (1/4v_1 t) (1 + 4v_1 t \pm \sqrt{1 + 16v_1 t}). \quad (4.35)$$

Знак плюс в (4.35) соответствует первому полупериоду, а знак минус—второму. Из (4.35) видно, что ζ_0^2 для верхнего знака положительна всегда, а для нижнего — только при $v_1 t > 1/2$. Таким образом, в интервале времени $0 < v_1 t < 1/2$ импульс однополупериодный, а второй полупериод формируется к моменту $v_1 t = 1/2$, и в интервале времени $t > 1/2v_1$ распространяется двухполупериодный сигнал (рис. 4.3). Скорость сигнала при $t \rightarrow \infty$ асимптотически стремится к скорости u . Расстояние \tilde{r} , на котором формируется импульс, определяется характеристиками среды $\tilde{r} \approx u/v_1$. Длительность сигнала увеличивается из-за дисперсии пропорционально корню квадратному из расстояния: $\Delta t \approx \sqrt{r/v_1 u}$.

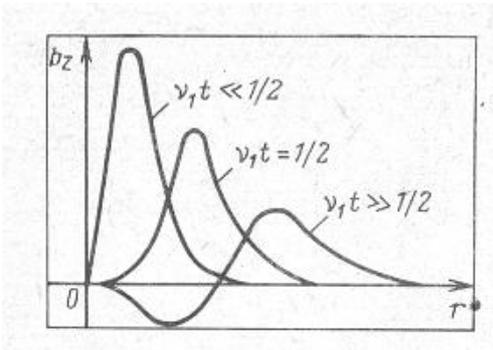


Рис. 4.3. Форма импульса в различные моменты времени.

В действительности на распространение сигнала существенное влияние оказывает проводящая поверхность Земли, поэтому полученные результаты носят качественный характер. Ниже будем учитывать наличие этой поверхности.

4.3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ МЕДЛЕННЫХ МГД-ВОЛН В ПОЛЯРНЫХ ОБЛАСТЯХ

В § 4.2 исследованы пространственно-временные характеристики сигнала на поверхности плазмы и отмечено, что существенную роль при распространении импульса играет наличие проводящей поверхности Земли. Так как длина волны излучения много больше ширины волновода, поле переносится боковой волной, которая в ионосфере представляет собой МГД-волну.

Исследуем поле, которое возбуждается импульсным вертикальным магнитным диполем в плоском волноводе, ограниченном идеально проводящей Землей и однородной плазмой с проводимостью σ в поперечном однородном магнитном поле.

Введем декартову систему координат с началом на поверхности Земли и осью z , направленной вверх, вдоль внешнего поля, причем диполь расположен в точке z_0 ($0 \leq z_0 \leq z_1$, где z_1 — высота нижней границы ионосферы). Как было показано в § 4.1, в этом случае отлична от нуля компонента потенциала P_{mz} , удовлетворяющая уравнениям и граничным условиям (4.7) — (4.9), которые имеют вид (индексы m и z опущены):

$$\left. \begin{aligned} \Delta P + (\omega/c)^2 e_{\perp} P &= 0, z > z_1; \Delta P = (\omega/c)^2 P = 4\pi m, z_1 > z > 0; \\ P(z=0) &= 0; P(z \rightarrow \infty) \rightarrow 0; P(z=z_1-0) = P(z=z_1+0); \\ (\partial P / \partial z)_{z=z_1-0} &= (\partial P / \partial z)_{z=z_1+0}; \\ E_r = E_z = b_{\varphi} &= 0; E_{\varphi} = -\frac{i\omega}{c} \frac{\partial P}{\partial r}; b_r = \frac{\partial^2 P}{\partial z \partial r}; \\ b_z(z > z_1) &= \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 e_{\perp} \right) P; b_z(0 < z < z_1) = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right) P. \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

Уравнения (4.36) записаны в цилиндрической системе координат (r, φ, z) . Для их решения удобно воспользоваться преобразованием Ганкеля (4.15) по r . Преобразованные уравнения (4.36) и граничные условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d^2 P_\gamma}{dz^2} - q_1^2 P_\gamma &= 0, z > 0; z > z_1; \\
 \frac{d^2 P_\gamma}{dz^2} - q_0^2 P_\gamma &= 4\pi m_\gamma, 0 < z < z_1; \\
 q_1^2 &= \gamma^2 - k_1^2; q_0^2 = \gamma_0^2 - k_0^2; k_1^2 = (\omega/c)^2 e_\perp; k_0^2 = (\omega/c)^2; \\
 P_\gamma(z=0) &= 0; P_\gamma(z \rightarrow \infty) \rightarrow 0; P_\gamma(z_1-0) = P_\gamma(z_1+0); \\
 (\partial P_\gamma / \partial z)_{z=z_1-0} &= (\partial P_\gamma / \partial z)_{z=z_1+0}.
 \end{aligned} \right\} \quad (4.37)$$

Общее решение уравнений (4.37) запишем следующим образом:

$$\begin{aligned}
 P_\gamma(z > z_1) &= C_1 \exp(-q_1 z) + C_2 \exp(q_1 z); \\
 P_\gamma(0 < z < z_1) &= C_3 \exp(-q_0 z) + C_4 \exp(q_0 z) - \\
 & - \frac{4\pi}{q_0} \int_0^z dz' m_\gamma(z') \operatorname{sh}(-q_0(z-z')).
 \end{aligned}$$

Граничные условия в (4.37) позволяют получить систему уравнений для определения неизвестных постоянных, а именно:

$$\begin{aligned}
 C_2 &= 0; C_3 + C_4 = 0; \\
 C_1 \exp(-q_1 z_1) &= -2C_3 \operatorname{sh}(-q_0 z_1) + \frac{4\pi}{q_0} \int_0^{z_1} dz' m_\gamma(z') \operatorname{sh}(-q_0(z-z')); \\
 -q_1 C_1 \exp(-q_1 z_1) &= -2q_0 C_3 \operatorname{ch}(-q_0 z_1) + 4\pi \int_0^{z_1} dz' m_\gamma(z') \operatorname{ch}(-q_0(z-z'))
 \end{aligned}$$

Если магнитный момент M_ω образован кольцевым током радиусом $r_0 \ll k^{-1}$ и расположен на высоте z_0 , то

$$\int_0^\infty dz' m_\gamma(z') \exp(\pm q_0 z') = \begin{cases} (M_\omega / 2\pi) \exp(\pm q_0 z_0), & z > z_0; \\ 0, & z < z_0. \end{cases}$$

Таким образом, решение уравнений (4.37), например, в области $0 < z < z_0$, получаем в виде

$$P_\gamma = -\frac{2M_\omega}{q_0} \operatorname{sh} q_0 z \frac{\exp(q_0(z_1 - z_0)) + R \exp(-q_0(z_1 - z_0))}{\exp(q_0 z_1) + R \exp(-q_0 z_1)}, \quad (4.38)$$

где коэффициент отражения $R \equiv (q_0 - q_1)/(q_0 + q_1)$. Произведя в (4.38) обратное преобразование Ганкеля (4.15), получим выражение для фурье-компоненты потенциала P

$$P = -2M_\omega \int_0^\infty d\gamma \gamma J_0(\gamma r) \frac{\operatorname{sh} q_0 z}{q_0} \frac{\exp(q_0(z_1 - z_0)) + R \exp(-q_0(z_1 - z_0))}{\exp(q_0 z_1) + R \exp(-q_0 z_1)}.$$

Для частот $\omega \ll 4\pi\sigma$, пренебрегая токами смещения, получаем $q_0 = \gamma$, $k_1^2 = (\omega/u)^2 i\nu_1 / (\omega + i\nu_1)$. Обозначим

$$F = \operatorname{sh}(\gamma z) \left(\exp(\gamma(z_1 - z_0)) + R \exp(\gamma(z_1 - z_0)) \right) \times \\ \times \left(\exp(\gamma_0 z) + R \exp(-\gamma_0 z) \right)^{-1}.$$

Так как $R(-\gamma) = R^{-1}(\gamma)$, функция $F(-\gamma) = -F(\gamma)$, т.е. F антисимметрична по γ . Выразив функцию Бесселя через функции Ганкеля по формуле $2J_0(\gamma r) = H_0^{(1)}(\gamma r) + H_0^{(2)}(\gamma r)$, а также воспользовавшись свойством функции Ганкеля $H_0^{(2)}(-\gamma r) = H_0^{(1)}(\gamma r)$, преобразуем выражение для P :

$$P = -M_\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma H_0^{(1)}(\gamma r) F(\gamma). \quad (4.39)$$

Рассмотрим интеграл (4.39) в комплексной плоскости γ . В верхней полуплоскости функция $F(\gamma)$ имеет следующие особенности: точку ветвления k_1 , и полюсы, определяемые из уравнения $\exp(\gamma z_1) + R \exp(-\gamma z_1) = 0$.

Для однозначного определения F необходимо из точки ветвления провести разрез. Назовем первым листом римановой поверхности лист, на котором выполняется условие убывания поля на бесконечности, т.е. $\operatorname{Re} \sqrt{\gamma^2 - k_1^2} > 0$. Первый лист отделен от второго (на котором $\operatorname{Re} \sqrt{\gamma^2 - k_1^2} < 0$) при помощи разреза, где $\operatorname{Re} \sqrt{\gamma^2 - k_1^2} = 0$. Найдем уравнение

разреза в плоскости γ . На разрезе $\sqrt{\gamma^2 - k_1^2} = is$, где s — действительная величина, изменяющаяся в пределах $0 < s < \infty$. Если $\gamma = \gamma' + i\gamma''$; $k_1 = k_1' + ik_1''$, то условие на разрезе запишем следующим образом:

$$(\gamma' + i\gamma'')^2 - (k_1' + ik_1'')^2 = -s^2,$$

или

$$(\gamma')^2 - (\gamma'')^2 - (k_1')^2 + (k_1'')^2 = -s^2; \gamma'\gamma'' - k_1'k_1'' = 0;$$

следовательно, уравнение разреза имеет вид:

$$\gamma'' = k_1'k_1'' / \gamma'. \quad (4.40)$$

Таким образом, разрез (4.40) представляет собой гиперболу, выходящую из точки $\gamma = k_1$ и асимптотически приближающуюся к мнимой оси (рис. 4.4).

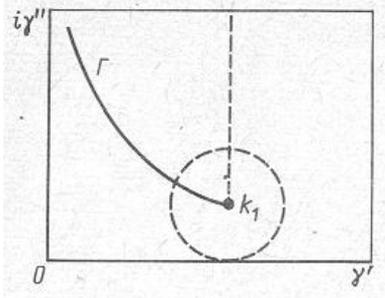


Рис. 4.4. Положение разреза

Так как $H_0^{(1)}(\gamma r)$ в верхней полуплоскости экспоненциально убывает на бесконечности и, следовательно, интеграл (4.39) на дуге бесконечно большого радиуса обращается в нуль, смещая путь интегрирования с действительной оси на эту дугу в верхнюю полуплоскость, получим, что интеграл (4.39) равен сумме вычетов в полюсах и интеграла по разрезу Γ :

$$P = -M_\omega \left(2\pi i \sum_l \text{res} \left(F(\gamma_l) H_0^{(1)}(\gamma_l r) \right) + \int_\Gamma d\gamma F(\gamma) H_0^{(1)}(\gamma r) \right). \quad (4.41)$$

Первое слагаемое в (4.41) представляет собой дискретный спектр нормальных волн, которые экспоненциально убывают с расстоянием.

Рассмотрим второе слагаемое, описывающее распространение импульса. Так как функция $F(\gamma)$ на левом и правом берегах разреза отличается знаком корня $\gamma^2 - k_1^2$, интеграл по разрезу преобразуем следующим образом:

$$\begin{aligned} P &= -M_\omega \int_{\Gamma} d\gamma F(\gamma) H_0^{(1)}(\gamma r) = \int_{i\infty}^{k_1} d\gamma F(\gamma) H_0^{(1)}(\gamma r) + \int_{k_1}^{i\infty} d\gamma F(\gamma) H_0^{(1)}(\gamma r) = \\ &= -2M_\omega \int_{k_1}^{i\infty} d\gamma H_0^{(1)}(\gamma r) \frac{(1-R^2) \operatorname{sh}(\gamma z) \operatorname{sh}(\gamma z_0)}{(\exp(\gamma z_1) + R \exp(-\gamma z_1)) (\exp(-\gamma z_1) + R \exp(\gamma z_1))}. \end{aligned}$$

На больших расстояниях ($rv_1/u \gg 1$) можно найти асимптотическое выражение этого интеграла. Положим $r \gg z_1$, тогда быстроменяющейся функцией под знаком интеграла будет $H_0^{(1)}(\gamma r)$, и, следовательно, можно воспользоваться методом перевала. Применяя асимптотику функции Ганкеля

$$H_0^{(1)}(\gamma r) \approx \sqrt{2/\pi\gamma r} \exp(i(\gamma r - \pi/4))$$

и принимая во внимание, что $1/R - R = 4\gamma\sqrt{\gamma^2 - k_1^2}/k_1^2$, запишем интеграл в виде

$$\begin{aligned} P &= -M_\omega \frac{8}{k_1^2} \sqrt{\frac{2}{\pi r}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \times \\ &\times \int_{k_1}^{i\infty} d\gamma \frac{\sqrt{\gamma} \operatorname{sh}(\gamma z) \operatorname{sh}(\gamma z_0) \sqrt{\gamma^2 - k_1^2}}{(\exp(\gamma z_1) + R \exp(-\gamma z_1)) (\exp(\gamma z_1) + R^{-1} \exp(\gamma z_1))} \exp(i\gamma r). \end{aligned} \quad (4.42)$$

Интеграл (4.42) оценим методом наискорейшего спуска. Подынтегральная функция отлична от нуля в окрестности точки $\gamma = k_1$. Под знаком интеграла быстрее всего изменяется функция $\exp(i\gamma r)$, которая достигает максимального значения в точке $\gamma = k_1$. Предэкспоненциальную функцию заменяем ее значением в точке максимума быстроменяющейся функции (кроме $\gamma^2 - k_1^2$, так как в этой точке корень обращается в нуль). Равенство (4.42) преобразуется:

$$P = -M_\omega \frac{2\sqrt{2} \exp(i\pi/4) \operatorname{sh}(k_1 z) \operatorname{sh}(k_1 z_0)}{\sqrt{\pi r} k_1^{3/2} \operatorname{ch}^2 k_1 z_1} \int_{k_1}^{\infty} d\gamma \sqrt{\gamma^2 - k_1^2} \exp(i\gamma r). \quad (4.43)$$

Линией наискорейшего спуска является прямая $\gamma' = k_1'$, (пунктир на рис. 4.4). Введя новую переменную в (4.43) по формуле $\gamma = k_1 + il^2$, где l — действительная величина, изменяющаяся от 0 до ∞ вдоль линии наискорейшего спуска, и разложив $\sqrt{\gamma^2 - k_1^2}$ с точностью до членов первого порядка по l , получим:

$$\left. \begin{aligned} d\gamma &= 2il dl; \sqrt{\gamma^2 - k_1^2} = \sqrt{(k_1 + il)^2 - k_1^2} \approx \sqrt{2k_1} \exp(i\pi/4) \sqrt{l}; \\ P &= -2i \frac{M_\omega}{k_1 r^2} \frac{\operatorname{sh}(k_1 z) \operatorname{sh}(k_1 z_0)}{\operatorname{ch}^2 k_1 z_1} \exp(ik_1 r). \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

Следует отметить, что функция (4.44) не изменяется при перестановке z и z_0 (что является следствием принципа взаимности), следовательно, выражение (4.44) справедливо во всем слое $0 < z < z_1$.

В волновой зоне МГД-волны введем функцию $A(r, t)$ вместо P по формуле $A = \partial P / \partial r$. Произведя в (4.44) обратное фурье-преобразование и взяв производную по r только от быстроменяющейся экспоненты, при $M(t) = M_0 \delta(t)$ получим:

$$A(r, t) = \frac{M_0}{\pi r^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\operatorname{sh}(k_1 z) \operatorname{sh}(k_1 z_0)}{\operatorname{ch}^2 k_1 z_1} \exp(-i\omega t + ik_1 r). \quad (4.45)$$

Исследуем поведение подынтегральной функции (4.45) в комплексной плоскости ω . Подынтегральная функция имеет в плоскости ω особенности: точку ветвления $\omega = -iv_1$ и полюсы второго порядка, определяемые из уравнения $\operatorname{ch}(k_1 z_1) = 0$. Как было показано в § 4.2, разрез проходит по мнимой оси от $-iv_1$ до $-i\infty$. Полюсы расположены на мнимой оси выше точки $-iv_1$. Перейдем в плоскость ξ с помощью конформного преобразования $\omega = -iv_1(1 + \xi^2)$. Контур интегрирования C в плоскости ξ показан на рис.4.1. В плоскости ξ (4.45) имеет вид:

$$A = -\frac{2i}{\pi} \frac{M_0 v_1}{r^2} \exp(-v_1 t) \int_C d\xi \Phi(\xi) \exp(F(\xi));$$

$$\Phi = \xi \operatorname{sh} \left(\frac{v_1 z_0}{u} \frac{1 + \xi^2}{\xi} \right) \operatorname{sh} \left(\frac{v_1 z}{u} \frac{1 + \xi^2}{\xi} \right) \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{v_1 z_1}{u} \frac{1 + \xi^2}{\xi} \right),$$
(4.46)

где $F(\xi) = -v_1 t \xi^2 + i(v_1 r/u)(1 + \xi^2)/\xi$. Функция $\Phi(\xi)$ меняется медленно по сравнению с $\exp(F(\xi))$ в верхней полуплоскости ξ , кроме окрестностей полюсов. В §4.2 был рассмотрен метод перевала для оценки интеграла типа (4.46) [если положить $\Phi(\xi) = \xi$]. Этим методом можно воспользоваться в случае (4.46), так как между контуром C и перевальным контуром L нет полюсов, а ближайший из них расположен на расстоянии, много большем смещения перевальной точки при изменении r и t , когда поле отлично от нуля. Таким образом, заменив функцию $\Phi(\xi)$ ее значением в точке перевала и воспользовавшись результатами, полученными в § 4.2, запишем:

$$A = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 v_1 \sqrt{\frac{v_1}{u}} r^{-5/2} \sin \left(\frac{v_1 z}{u} \frac{\zeta_0^2 - 1}{\zeta_0} \right) \sin \left(\frac{v_1 z_0}{u} \frac{\zeta_0^2 - 1}{\zeta_0} \right) \times$$

$$\times \cos^{-2} \left(\frac{v_1 z_1}{u} \frac{\zeta_0^2 - 1}{\zeta_0} \right) \exp \left(-\frac{v_1 r (\zeta_0^2 - 1)^2}{u 2\zeta_0^3} \right),$$
(4.47)

где ζ_0 определяется из (4.27). Характеристики волновода и высоты расположения источника и приемника, как видно из (4.47), входят в модулирующий множитель при экспоненте, описывающей временную зависимость импульса. Модулирующий множитель в (4.47) меняется плавно в интервале значений $|\zeta_0^2 - 1| \leq \pi u / 4v_1 z_1$. Этот интервал много больше характерного расстояния $|\zeta_0^2 - 1| \sim \sqrt{u/v_1 r}$, на котором изменяется экспонента, так как $r \gg z_1$. Используя это, можно в (4.47) косинус заменить единицей, а синусы — их аргументами:

$$A = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} M_0 v_1 \sqrt{\frac{v_1}{u}} z z_0 r^{-7/2} f^2 \exp(-f^2),$$
(4.48)

где $f = \sqrt{\frac{v_1 r}{2u}} \zeta_0^{-3/2} (\zeta_0^2 - 1)$

Найдем компоненты полей \mathbf{E} и \mathbf{b} . Из (4.36) и (4.48) имеем:

$$\begin{aligned} b_r &= \partial^2 P / \partial z \partial r = \partial A / \partial z = -2^{3/2} \pi^{-1/2} M_0 v_1^{3/2} u^{-1/2} z_0 r^{-7/2} f^2 \exp(-f^2); \\ b_z &= \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right) P = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r A \approx -\frac{\partial A}{\partial r} = \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{\pi} M_0 v_1 \sqrt{\frac{v_1}{u}} z z_0 r^{-7/2} f (1-f^2) \exp(-f^2) \frac{\partial f}{\partial r}. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Производные берем от быстроменяющихся функций, а медленные функции заменяем их значениями в точке максимума экспоненты (см. § 4.2). Поскольку $\partial / \partial r = \left((\zeta_0^2 + 1) \zeta_0 / r (\zeta_0^2 + 3) \right) \partial / \partial \zeta_0$, вблизи точки максимума $\exp(-f^2) \zeta_0 \approx 1 \partial f / \partial r = \sqrt{v_1 / 2ur}$. Подставляя полученное значение в (4.49), выражение для b_z запишем в виде

$$b_z = 4\pi^{-1/2} M_0 v_1^2 u^{-1} z z_0 r^{-4} f (1-f^2) \exp(-f^2). \quad (4.50)$$

Аналогично находим

$$E_\varphi = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 P}{\partial t \partial r} = \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} = -4 \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 \frac{v_1}{c} \sqrt{\frac{v_1}{u}} z z_0 r^{-7/2} f (1-f^2) \exp(-f^2) \frac{\partial f}{\partial t}.$$

Принимая во внимание (см. § 4.2), что $\partial / \partial t = \left(-2\zeta_0^4 u / r (\zeta_0^2 + 3) \right) \partial / \partial \zeta_0$, получаем вблизи $\zeta_0 = 1$: $\partial f / \partial t = -\sqrt{v_1 u / 2r}$.

Тогда

$$E_\varphi = 4\pi^{-1/2} M_0 v_1^2 c^{-1} z z_0 r^{-4} f (1-f^2) \exp(-f^2). \quad (4.51)$$

Из (4.50), (4.51) следует, что $E_\varphi = (u/c) b_z$ (см. § 4.2).

Параметры исследуемых сигналов были рассмотрены в § 4.2. Отметим характерные особенности, возникающие при наличии идеально проводящей поверхности Земли. Амплитуды компонент полей b_z и E_φ убывают как r^{-4} , а b_z — как $r^{-7/2}$. Быстрый спад поля с расстоянием обусловлен, по-видимому, квадрупольным характером излучателя (квадруполь образован диполем и его отражением в плоскости $z = 0$), причем направление вдоль волновода совпадает с минимумом диаграммы направленности излучателя. Сравнивая полученные результаты с результатами § 4.2, где было найдено поле на границе раздела замагниченной плазмы и непроводящей среды, которое возбуждается вертикальным диполем, расположенным на поверхности плазмы, следует отметить, что наличие волновода приводит к изменению формы сигнала и зависимости амплитуды от расстояния. Для сравнения выпишем зависимости b_z от r и t (в неявном виде), даваемые формулами (4.32) и (4.50), если $z = z_0 = z_1$:

$$b_z = -2\pi^{-1/2} M_0 v_1 r^{-3} f \exp(-f^2);$$

$$b_z = 4\pi^{-1/2} M_0 v_1^2 u^{-1} z^2 r^{-4} f(1-f^2) \exp(-f^2).$$

Из сопоставления видно, что наличие волновода приводит к появлению множителя $2v_1 z_1^2 (f^2 - 1)/ur$. Амплитуда b_z согласно (4.32) убывает с расстоянием как r^{-3} , а согласно (4.50) как r^{-4} . Выражение (4.32) описывает двухполупериодный импульс (см. рис. 4.3), в то время как компонента b_z поля в волноводе, описываемая выражением (4.50), четыре раза меняет знак (рис. 4.5). Такая форма импульса в волноводе возникает в результате сложения поля излучателя и его отражения в плоскости $z = 0$.

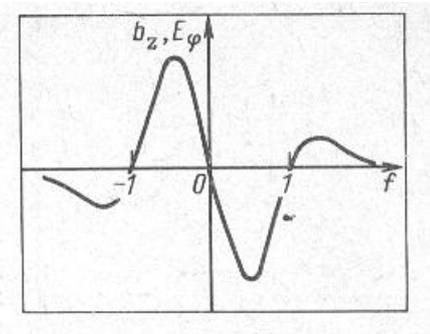


Рис. 4.5. Зависимость вертикальной компоненты импульса поля от времени

Следует отметить, что тангенциальная компонента поля в волноводе не изменяет знака. Видно, что b_r из (4.49) описывает два импульса одной полярности. Такая форма b_r возникает в результате того, что тангенциальные компоненты импульса от излучателя и запаздывающего импульса от отраженного в плоскости $z = 0$ источника имеют одинаковое направление (рис. 4.6).

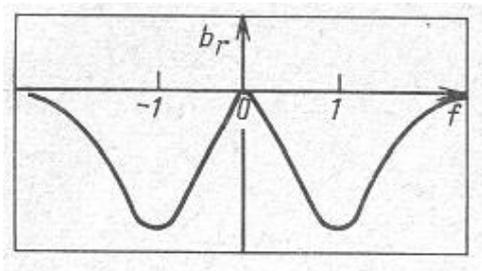


Рис.4.6. Зависимость горизонтальной компоненты импульса поля от времени.

4.4. ГОРИЗОНТАЛЬНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.

ЭКВАТОРИАЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ МЕДЛЕННЫХ МГД-ВОЛН

При распространении диамагнитного возмущения в волноводе Земля—ионосфера в вертикальном магнитном поле пространственные характеристики сигнала не зависят от азимутального угла. Можно ожидать, что в горизонтальном магнитном поле амплитуда сигнала медленнее убывает с расстоянием, чем в вертикальном поле, рассмотренном в §4.3. Кроме того, можно ожидать появления эффекта каналирования волн, т.е. преимущественного распространения волны в определенном интервале углов. Следует отметить, что большое число экспериментов по регистрации вариаций геомагнитного поля искусственных источников было произведено вблизи экватора, где земное магнитное поле близко к горизонтальному.

Ниже рассмотрены возбуждение волн квазистатическим импульсным магнитным диполем и распространение возмущений магнитного поля в волноводе Земля — ионосфера в продольном внешнем магнитном поле [89, 90]. Введем систему координат, начало которой расположено на поверхности идеально проводящей Земли, а ось z направлена вверх.

Внешнее магнитное поле направлено по оси x , а магнитный диполь — против поля. Как было показано в § 4.1, в такой системе координат отлична от нуля одна компонента потенциала P_{mx} , которая удовлетворяет уравнениям и граничным условиям (4.13). Выпишем эти уравнения, опуская у потенциала индексы m и x :

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{при } z_1 < z \\
 &\Delta P + (\omega/c)^2 e_{\perp} P = 0; \\
 &E_x = 0; E_y = \frac{i\omega}{c} \frac{\partial P}{\partial z}; E_z = -\frac{i\omega}{c} \frac{\partial P}{\partial y}; \\
 &b_x = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} e_{\perp} \right) P; \\
 &b_y = \partial^2 P / \partial x \partial y; b_z = \partial^2 P / \partial x \partial z; \\
 &\text{при } 0 < z \leq z_1 \\
 &\Delta P + (\omega/c)^2 P = 4\pi m; \\
 &E_x = 0; E_y = \frac{i\omega}{c} \frac{\partial P}{\partial z}; E_z = -\frac{i\omega}{c} \frac{\partial P}{\partial y}; \\
 &b_x = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \right) P; \\
 &b_y = \partial^2 P / \partial x \partial y; b_z = \partial^2 P / \partial x \partial z; \\
 &P(z_1 - 0) = P(z_1 + 0); \frac{\partial P(z_1 - 0)}{\partial z} = \frac{\partial P(z_1 + 0)}{\partial z}; \\
 &\frac{\partial P(0)}{\partial z} = 0; |P(z \rightarrow \infty)| \rightarrow 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

Для решения (4.52) воспользуемся преобразованием Фурье в плоскости (x, y) . Уравнения (4.52) запишем в преобразованном виде:

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{при } z_1 < z \quad d^2 P / dz^2 - q_1^2 P = 0; \\
 &\text{при } 0 < z \leq z_1 \quad d^2 P / dz^2 - q_0^2 P = 4\pi m(k_x, k_y); \\
 &q_1^2 = k^2 - k_1^2; q_0^2 = k^2 - (\omega/c)^2; k^2 = k_x^2 + k_y^2; k_1^2 = (\omega/c)^2 e_{\perp}; \\
 &\text{Re } q_1 > 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (4.53)$$

Их общее решение

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{при } z_1 < z \\
 &P(k_x, k_y) = C_1 \exp(-q_1 z) + C_2 \exp(q_1 z); \\
 &\text{при } 0 < z \leq z_1 \\
 &P(k_x, k_y) = C_3 \exp(-q_0 z) + C_4 \exp(q_0 z) - \\
 &-\frac{4\pi}{q_0} \left(\exp(-q_0 z) \int_0^z dz' m(z') \exp(q_0 z') - \exp(q_0 z) \int_0^z dz' m(z') \exp(-q_0 z') \right),
 \end{aligned} \right\}$$

где $C_1 - C_4$ — константы, определяемые из граничных условий.

Значение интеграла $\int_0^{z_1} dz' m(k_x, k_y, z') \exp(\pm q_0 z')$ определяется в предположении, что магнитный диполь образован равномерным распределением плотности магнитных диполей по тонкому кольцу толщиной Δr_0 и радиусом r_0 , расположенному в плоскости (y, z) с центром в точке $z = z_0$. Имеем:

$$\begin{aligned}
 &\int_0^{z_1} dz' m(k_x, k_y, z') \exp(\pm q_0 z') = \\
 &= \int_0^{z_1} dz' \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy m(x, y, z') \exp(-i(k_x x + k_y y) \pm q_0 z') \approx \\
 &\approx 2\pi m(r_0) \Delta x_0 \Delta r_0 r_0 = M_\omega; k_x \Delta x_0 \ll 1; \\
 &k_y \Delta x_0 \ll 1.
 \end{aligned}$$

Воспользовавшись граничными условиями (4.52), найдем решение уравнений (4.53) в интервале $0 < z \leq z_1$.

$$P = -4\pi \frac{M_\omega}{q_0} \operatorname{ch}(q_0 z) \frac{\exp(q_0(z_1 - z_0)) + R \exp(-q_0(z_1 - z_0))}{\exp(q_0 z_1) - R \exp(-q_0 z_1)} = -4\pi \frac{M_\omega}{q_0} F, \quad (4.54)$$

где коэффициент отражения $R = (q_0 - q_1)/(q_0 + q_1)$. Для частот $\omega \ll 4\pi\sigma$, пренебрегая токами смещения, получаем $q_0 = k, k_1 = (\omega/u) \sqrt{iv_1/(\omega + iv_1)}$. Решение уравнений (4.52) находим, производя обратное фурье-преобразование в (4.54):

$$P(x, y, z, \omega) = -4\pi M_\omega \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_y}{2\pi} \frac{F(k)}{k} \exp(-i(k_x x + k_y y)).$$

Так как $F(k)$ не зависит от направления волнового вектора k , следует при интегрировании перейти в полярную систему координат по формулам:

$$k_x = k \cos \nu; x = r \cos \varphi; k_y = k \sin \nu; y = r \sin \varphi.$$

Тогда

$$P = -\frac{M_\omega}{\pi} \int_0^{2\pi} dk F(k) \int_0^{2\pi} d\nu \exp(ikr \cos(\nu - \varphi)) = -2M_\omega \int_0^\infty dk J_0(kr) F(k).$$

Воспользовавшись антисимметричностью F как функции k , получим выражение для P , по форме аналогичное (4.39):

$$P = -M_\omega \int_{-\infty}^{\infty} dk H_0^{(1)}(kr) F(k). \quad (4.55)$$

Определим значение (4.55) интегрированием в комплексной плоскости k . Функция $F(k)$ в комплексной плоскости k имеет точку ветвления $k = k_1$ и полюсы первого порядка, определяемые из уравнения $\exp(kz_1) - R \exp(-kz_1) = 0$. Точка ветвления и разрез в плоскости k совпадают с точкой ветвления и разрезом в плоскости γ для функции $F(\gamma)$ из § 4.3, однако положение полюсов в этих плоскостях различно. Рассматривая интеграл по разрезу, который описывает распространение импульса, аналогично, как в § 4.3, из (4.55) находим:

$$P = -M_\omega \frac{8}{k_1^2} \sqrt{\frac{2}{\pi r}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \int_{k_1}^{\infty} dk \sqrt{k} \frac{\operatorname{ch}(kz) \operatorname{ch}(kz_0) \sqrt{k^2 - k_1^2}}{(\exp(kz_1) - R \exp(-kz_1)) (\exp(kz_1) - R^{-1} \exp(-kz_1))} \exp(ikr). \quad (4.56)$$

Интеграл (4.56) оценим методом наискорейшего спуска (см. § 4.3). Так как быстроменяющейся функцией в (4.56) является экспонента, достигающая наибольшего значения в точке $k = k_1$, подынтегральное выражение отлично от нуля в окрестности этой точки, поэтому медленно изменяющуюся функцию под знаком интеграла заменяем ее значением в точке максимума экспоненты $k = k_1$ и выносим за знак интеграла. Физически это означает, что импульс в точке измерения суммируется из отраженных сферических волн, пришедших в эту точку с одинаковой фазой под различными углами, причем наибольший вклад в сигнал дают волны с волновыми векторами, близкими по значению к волновому вектору, который удовлетворяет условию: угол падения равен углу отражения.

Принимая во внимание, что

$$(\exp(kz_1) - R \exp(-kz_1))(\exp(kz_1) - R^{-1} \exp(-kz_1)) = \operatorname{sh}^2(kz_1) + (k_1^2 - k^2)/k_1^2,$$

интеграл (4.56) запишем в виде

$$P = -\frac{2\sqrt{2}M_\omega}{k_1\sqrt{\pi k_1 r}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \operatorname{ch}(kz) \operatorname{ch}(kz_0) \int_{k_1}^{\infty} dk \exp(ikr) \frac{\sqrt{k^2 - k_1^2}}{\operatorname{sh}^2(kz_1) + (k_1^2 - k^2)/k_1^2}. \quad (4.57)$$

Смещая контур интегрирования в (4.57) на линию $k' = k_1'$ и вводя новую переменную по формуле $k = k_1 + il^2$, где l — действительная положительная величина, изменяющаяся вдоль линии наискорейшего спуска от 0 до ∞ , из (4.57) получим:

$$P = -\frac{4M_\omega}{\sqrt{\pi r}} \operatorname{ch}(k_1 z) \operatorname{ch}(k_1 z_0) \left(\int_0^\infty dl \exp(-rl^2) \frac{l^2}{l^2 + i(k_1/2) \operatorname{sh}^2(k_1 z_1)} \right) \exp(ik_1 r). \quad (4.58)$$

Следует отметить, что (4.58) не изменяется при перестановке z и z_0 , что является следствием принципа взаимности. Следовательно, (4.58) справедливо во всем интервале $0 < z \leq z_1$.

Произведя обратное фурье-преобразование по времени в (4.58) для $M(t) = M_0 \delta(t)$, найдем:

$$P(r, t) = \frac{2M_0}{\pi\sqrt{\pi r}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \operatorname{ch}(k_1 z) \operatorname{ch}(k_1 z_0) \times \left(\int_0^{\infty} dl \exp(-rl^2) \frac{l^2}{l^2 + i(k_1/2) \operatorname{sh}^2(k_1 z_1)} \right) \exp(-i\omega t + ik_1 r). \quad (4.59)$$

Интеграл (4.59) оценим методом, аналогичным изложенному в § 4.2. Переходя в плоскость ξ с помощью преобразования $\omega = -iv_1(1 + \xi^2)$, из (4.59) получаем интеграл по контуру C (см. рис. 4.1).

$$P = -i \frac{4M_0 v_1}{\pi\sqrt{\pi r}} \exp(-v_1 t) \int_C d\xi \Phi(\xi) \exp(F(\xi)). \quad (4.60)$$

где

$$F(\xi) = -v_1 t \xi^2 + i(v_1 r / u)(1 + \xi^2) / \xi;$$

$$\Phi(\xi) = \xi \operatorname{ch}\left(\frac{v_1 z_1}{u} \frac{1 + \xi^2}{\xi}\right) \operatorname{ch}\left(\frac{v_1 z_0}{u} \frac{1 + \xi^2}{\xi}\right) \times \int_0^{\infty} dl \exp(-rl^2) l^2 / \left(l^2 + \frac{iv_1}{2u} \left(\frac{1 + \xi^2}{\xi} \right) \operatorname{sh}^2\left(\frac{v_1 z_1}{u} \frac{1 + \xi^2}{\xi}\right) \right).$$

Функция $\Phi(\xi)$ медленно меняется по сравнению с $\exp(F(\xi))$; следовательно, можно воспользоваться методом перевала. Следуя этому методу, заменяем $\Phi(\xi)$ ее значением в точке перевала $\xi_0 = i\zeta_0$ определяемой уравнением (4.27), и выносим за знак интеграла. В §4.2 было найдено

$$\int_C d\xi \exp(F(\xi) - v_1 t) = \sqrt{\frac{2\pi u \zeta_0^3}{v_1 r (\zeta_0^2 + 3)}} \exp\left(-\frac{v_1 r (\zeta_0^2 - 1)^2}{u 2\zeta_0^3}\right). \quad (4.61)$$

Выражение (4.60) преобразуем, воспользовавшись значением интеграла (4.61) и заменив медленные функции их значениями в точке максимума экспоненты $\zeta_0 = 1$:

$$P = -i \frac{2M_0 \sqrt{2v_1 u}}{\pi r} \Phi(\zeta_0) \exp\left(-\frac{v_1 r (\zeta_0^2 - 1)^2}{u 2\zeta_0^3}\right).$$

Найдем $\Phi(\zeta_0 \approx 1)$:

$$\Phi(\zeta_0 \approx 1) \approx i \cos\left(\frac{v_1 z \zeta_0^2 - 1}{u \zeta_0}\right) \int_0^\infty dl \exp(-rl^2) \approx i \cos\left(\frac{v_1 z \zeta_0^2 - 1}{u \zeta_0}\right) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{r}}.$$

Получаем выражение для потенциала в волноводе в продольном магнитном поле:

$$P = (2/\pi^{1/2}) M_0 (v_1 u)^{1/2} r^{-3/2} \cos(z\sqrt{2v_1/ur} f) \exp(-f^2), \quad (4.62)$$

где $f = \sqrt{v_1 r / 2u} \zeta_0^{-3/2} (\zeta_0^2 - 1)$.

Найдем компоненты полей \mathbf{b} и \mathbf{E} , воспользовавшись выражениями (4.52) и (4.62). Для \mathbf{b} имеем:

$$b_x = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\right) P = -\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) P \approx \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}.$$

Выразим производную $\partial^2 / \partial x^2$ через $\partial / \partial r$, учитывая, что $x = r \cos \varphi$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(x (x^2 + y^2)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial r} \right) = \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{x^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \right) \frac{\partial}{\partial r} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} = \\ &= \cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \sin^2 \varphi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}. \end{aligned}$$

Взяв производную по r от быстроменяющейся экспоненты и заменив косинус в (4.62) единицей, получим:

$$\begin{aligned}
b_x &= \left(\cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \sin^2 \varphi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) P = \\
&= \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 \sqrt{v_1 u r}^{-3/2} \left(\cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \sin^2 \varphi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \exp(-f^2).
\end{aligned}$$

Поскольку $\partial f / \partial r = \sqrt{v_1 / 2ur}$ (см. § 4.2), запишем:

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial r^2} \exp(-f^2) &= (v_1 / 2ur)(2f^2 - 1) \exp(-f^2); \\
\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \exp(-f^2) &= -\frac{1}{r} \sqrt{v_1 u r} f \exp(-f^2).
\end{aligned} \right\} \quad (4.63)$$

Подставив в выражение для b_x вычисленные производные (4.63), получим:

$$b_x = \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 v_1 \sqrt{\frac{v_1}{u}} r^{-5/2} \left((2f^2 - 1) \cos^2 \varphi - \sqrt{\frac{2u}{v_1 r}} f \sin^2 \varphi \right) \exp(-f^2). \quad (4.64)$$

Найдем b_y из определения (4.52):

$$\begin{aligned}
b_y &= \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} = \sin \varphi \cos \varphi \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) P = \\
&= \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 \sqrt{v_1 u r}^{-3/2} \sin \varphi \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial r^2} \exp(-f^2).
\end{aligned}$$

Подставим значение производной (4.63), тогда

$$b_y = \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 v_1 \sqrt{\frac{v_1}{u}} r^{-5/2} \sin \varphi \cos \varphi (2f^2 - 1) \exp(-f^2). \quad (4.65)$$

Определим b_z . Из выражений (4.52) и (4.62) получим:

$$\begin{aligned}
b_z &= \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 \sqrt{v_1 u r}^{-3/2} \cos \left(z \sqrt{\frac{2v_1}{ur}} f \right) \exp(-f^2) = \\
&= -\cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 \sqrt{v_1 u r}^{-3/2} \sqrt{\frac{2v_1}{ur}} f \sin \left(z \sqrt{\frac{2v_1}{ur}} f \right) \exp(-f^2) = \\
&= -\cos \varphi \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_0 \sqrt{v_1 u z} \frac{2v_1}{ur} r^{-3/2} \frac{\partial}{\partial r} f^2 \exp(-f^2).
\end{aligned}$$

Принимая во внимание, что вблизи максимума экспоненты $f \approx 1$ производная $\partial f / \partial r \approx \sqrt{v_1 / 2ur}$, находим:

$$b_z = (4/\pi) M_0 v_1 r^{-3} (v_1 z / u) (f^2 - 1) f \exp(-f^2) \cos \varphi. \quad (4.66)$$

Определим компоненты электрического поля. Из определения (4.52) имеем, $E_x = 0; E_y = -(1/c) \partial^2 P / \partial t \partial z; E_z = -(1/c) \partial^2 P / \partial t \partial y$. Так как $\partial f / \partial t \approx -\sqrt{v_1 u / 2r}$ и $\partial f / \partial r \approx \sqrt{v_1 / 2ur}, \partial / \partial t \approx -u \partial / \partial r$. Поскольку $\partial / \partial x = \cos \varphi \partial / \partial r$ и $\partial / \partial y = \sin \varphi \partial / \partial r$:

$$E_y = (u/c) b_z / \cos \varphi; E_z = -(u/c) b_y / \cos \varphi. \quad (4.67)$$

Из формул (4.64) — (4.67) можно определить поле в волноводе в горизонтальном внешнем магнитном поле.

Как предполагалось выше, в горизонтальном магнитном поле появляется эффект каналирования, а именно: из (4.64) следует, что b_x вдоль поля убывает как $r^{-5/2}$, а поперек — как r^{-3} . Однако это явление присуще только компоненте b_x , форма которой представлена на рис. 4.7.

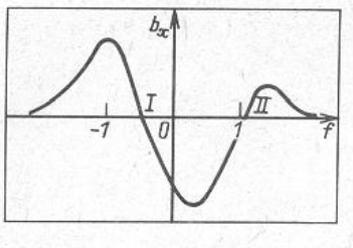


Рис. 4.7. Зависимость компоненты импульса поля b_x от времени

Точки I и II на графике соответствуют

$$f_1 = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \varphi \left(\frac{u}{v_1 r} \right)^{1/2} \left(\sqrt{1 + \frac{4v_1 r}{u \operatorname{tg}^4 \varphi} + 1} \right);$$

$$f_2 = -\frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \varphi \left(\frac{u}{v_1 r} \right)^{1/2} \left(\sqrt{1 + \frac{4v_1 r}{u \operatorname{tg}^4 \varphi} + 1} \right);$$

следовательно, поле дважды меняет знак при $\varphi \approx \pi/2$ и трижды — при $\varphi = 0$.

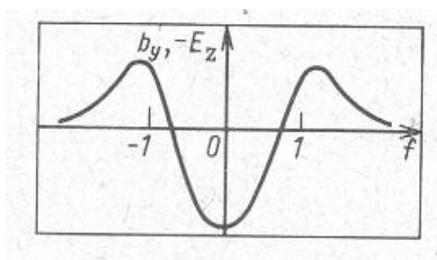


Рис. 4.8. Зависимость компоненты импульса поля b_y от времени

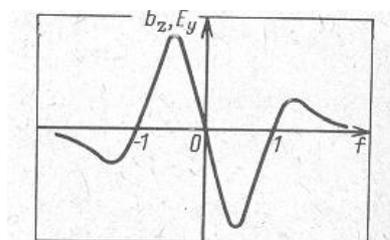


Рис. 4.8. Зависимость компоненты импульса поля b_z от времени

Компонента b_y (рис. 4.8) трижды меняет знак, и амплитуда убывает в зависимости от расстояния как $r^{-5/2}$ для всех углов. Для продольного ($\varphi = 0$) и поперечного ($\varphi \approx \pi/2$) распространения компонента $b_y = 0$. Форма сигнала $b_x(t)$ (рис. 4.9) близка к форме $b_z(t)$ при распространении волны в вертикальном магнитном поле. Однако амплитуда убывает как r^{-3} , а не как r^{-4} , что наблюдается при вертикальном поле. Следует отметить, что на поверхности Земли ($z = 0$) компонента $b_z = 0$ и что амплитуда импульсов в продольном внешнем поле не зависит от координаты источника z_0 , в то время как в поперечном поле амплитуда линейно зависит от z_0 .

4.5. СОПОСТАВЛЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Результаты, полученные в § 4.4, допускают непосредственное сопоставление с экспериментальными данными. Наиболее строго такое сопоставление можно проводить, если известны локализация источника волн и время его действия. Эти условия выполняются, например, в случаях, когда волны генерируются при воздействии на ионосферу мощных взрывов в атмосфере.

С этой точки зрения представляет интерес рассмотрение результатов, полученных в 1958 г. во время экспериментов по программам "Teak" и "Orange" [13]. Во время проведения этих взрывов на геофизических станциях, расположенных в Тихом океане, были зарегистрированы возмущения геомагнитного поля с длительностями порядка десятков минут. Систематичность появления таких возмущений и их непосредственное следование за взрывами дают основание полагать, что они тесно связаны с возмущениями ионосферы при взрывах.

Экспериментальные результаты. Взрыв по программе "Teak" был произведен в точке с координатами $16,5^0$ с.ш., $169,5^0$ з.д. 1 августа 1958 г. в 10.50.05 UT на высоте 60 км. Взрыв по программе "Orange" произошел в той же точке 12 августа 1958 г. в 10.30.08 UT на высоте 40 км. Энерговыведение в обоих случаях составило $4,2 \cdot 10^{15}$ Дж. Приведем основные экспериментальные результаты по вариациям геомагнитного поля [13].

Геомагнитные возмущения измеряли на станциях, расположенных на расстоянии от 10^3 до 10^4 км от точки взрыва, однако ясно выделяемые сигналы регистрировались лишь на ближайших станциях, расположенных в Гонолулу (Гавайские о-ва, 1340 км) и на о-вах Пальмира (1430 км), Каннинг (1890 км), Джарвис (2380 км), а также в Апия (о-в Зап. Самоа, 3680 км). Начиная с расстояний около 5000 км (о-в Гуам) и далее сигналы зарегистрированы не были.

Рассмотрим результаты измерений возмущений геомагнитного поля, вызванных взрывами по программам "Teak" и "Orange" в Гонолулу и Апия.

В Гонолулу 1 августа 1958 г. было зарегистрировано возмущение по компонентам: H — горизонтальная составляющая; Z — вертикальная составляющая; D — склонение (см. рис. 1.5,а). Амплитуда достигла максимального значения в 11.15 UT ($H = -49\gamma, Z = -42\gamma, D = -7,1'$). Возмущение закончилось в 11.40 UT, т.е. продолжалось около 50 мин.

Подобный сигнал был зарегистрирован в Гонолулу 12 августа 1958 года (см. рис. 1.5, б). Амплитуда достигла максимального значения в 10.55 ($H = -26\gamma, Z = -25\gamma, D = -4,3'$). Возмущение закончилось в 11.20 UT, т.е. продолжалось около 50 мин. Аналогичные возмущения геомагнитного

поля были отмечены на магнитограммах в других пунктах измерения, где регистрировался сигнал (рис. 4.10 — 4.12).

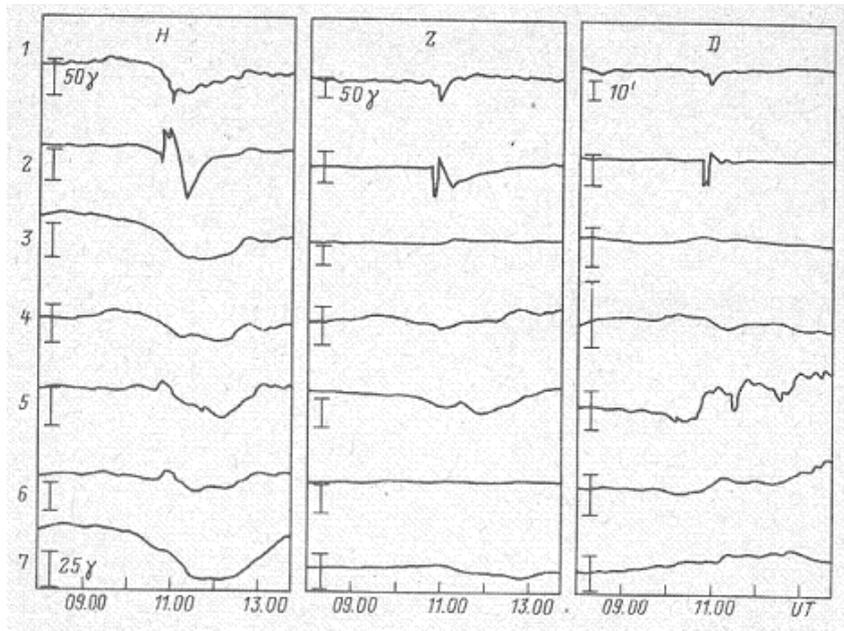


Рис. 4.10. Возмущение геомагнитного поля 1 августа 1958 г., зарегистрированное на станциях Гонолулу (1), Апия (2), Гуам (3), Какиока (Япония, 4), Виктория (Канада, 5), Тусон (б), Сан-Хуан (о-в Пуэрто-Рико, 7)

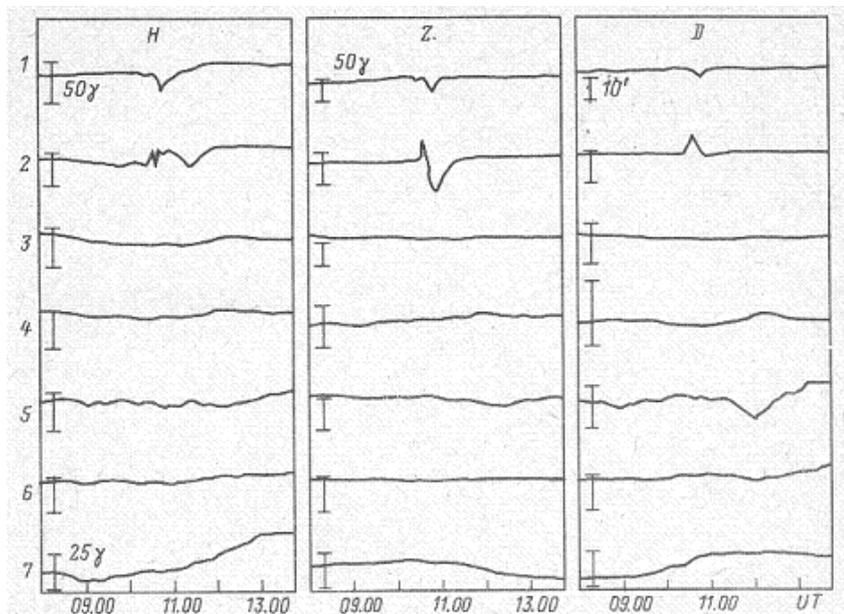


Рис. 4.11. Возмущение геомагнитного поля 12 августа 1958 г. Станции те же, что и на рис. 4.10.

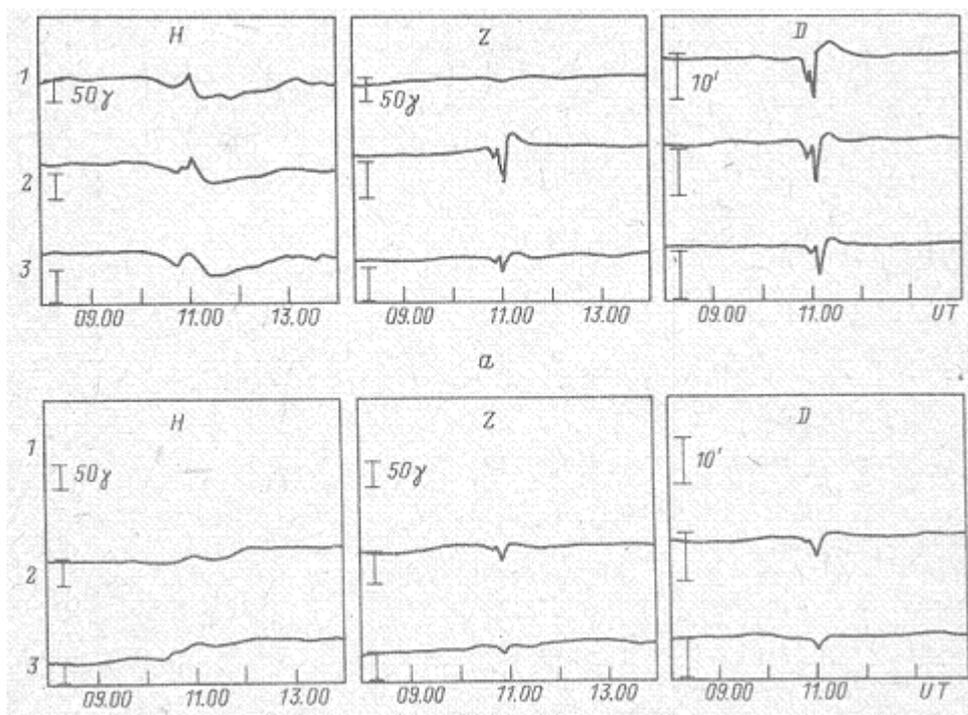


Рис. 4.12. Возмущение геомагнитного поля 1 (а) и 12 (б) августа 1958 г. На с-вах Пальмира (1), Фаннинг (2), Джарвис (3)

Из рис. 1.5 следует, что записи возмущений геомагнитного поля, полученные в одном и том же пункте для взрывов по программам "Teak" и "Orange" подобны, однако значения амплитуды при втором взрыве, как правило, меньше, чем при первом. Это, по-видимому, связано с тем, что взрывы произведены на различных высотах. Длительность возмущения, зарегистрированного в Апия, в обоих случаях примерно в полтора раза превышала длительность возмущения, зарегистрированного в Гонолулу.

На других пунктах измерения восточнее о-ва Джонстон, т.е. на о-вах Пальмира, Каннинг, Джарвис, записи возмущений геомагнитного поля для обоих взрывов были аналогичными (см. рис. 4.10-4.12) [13].

Как следует из рис. 4.10 — 4.12, зарегистрированные в Гонолулу вариации геомагнитного поля имеют вид интенсивных бухтообразных возмущений, похожих на возмущения, которые вызваны вспышками на Солнце (хотя по местному времени в Гонолулу была ночь). Вариации на магнитограммах, полученных на других четырех станциях, похожи на магнитные бури с резким вступлением. На других станциях наблюдения, расположенных дальше от эпицентра, никаких эффектов обнаружено не было.

Помимо вариации геомагнитного поля наблюдались также и другие геомагнитные эффекты. Взрывы по программам "Teak" и "Orange" привели к искусственному полярному сиянию, наблюдавшемуся в обсерватории в Апия [91]. Апия удалена от о-ва Джонстон, над которым производились взрывы, на 3600 км и находится приблизительно на той же магнитосиловой линии.

Так как высота взрыва была такой, что не было прямой видимости взрыва в Апия, непосредственное излучение взрыва не могло служить причиной наблюдавшегося сияния.

Результаты регистрации возмущений геомагнитного поля от взрывов по программам "Teak" и "Orange" представлены также в [92 — 95]. Остановимся на экспериментальных результатах, приведенных в этих работах. Исследовались геомагнитные эффекты взрывов на основании результатов измерений, поступивших в Мировой центр данных по геомагнетизму (Киотский университет). В [92, 93] приведены векторные диаграммы возмущений геомагнитного поля в горизонтальной плоскости, а в [95]—результаты измерения величин H , Z и D — компонент возмущения геомагнитного поля. В этих работах даны обобщенные характеристики возмущений геомагнитного поля. Начало возмущений регистрировалось с задержкой (относительно момента взрыва), которая практически не зависела от расстояния до пункта регистрации, но росла при уменьшении высоты взрыва. Регистрируемый сигнал состоял из нескольких всплесков различной полярности, число и порядок следования которых зависели от направления на пункт регистрации. Как правило, максимальная амплитуда характеризовала второй всплеск поля. Длительность сигнала увеличивалась с расстоянием, эффективная скорость перемещения максимума сигнала превышала 1 км/с.

Интерпретация результатов. Согласно результатам теоретического анализа процесса распространения медленных МГД-волн одной из особенностей этого процесса является увеличение временных масштабов сигнала при увеличении расстояния r по закону $r^{1/2}$. На рис.4.13 приведены экспериментальные точки, соответствующие полуширине максимального всплеска поля (в D -компоненте), зарегистрированного на различном удалении от взрывов. Для сравнения сплошной линией изображена кривая $\Delta t \sim r^{1/2}$. Видно, что в пределах погрешности измерений экспериментальная зависимость $\Delta t(r)$ соответствует теоретической.

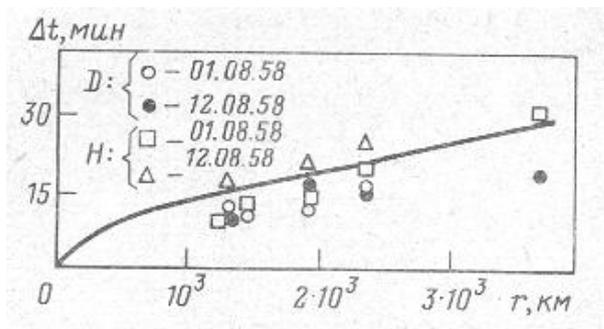
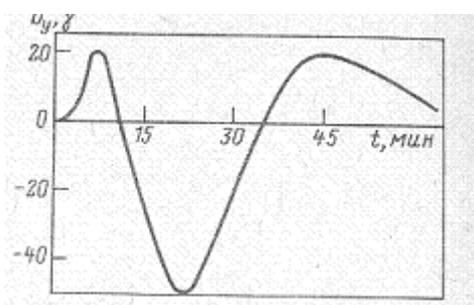


Рис. 4.13. Зависимость длительности импульса от расстояния

Отмеченный факт запаздывания времени наблюдения максимума сигнала при увеличении эпицентрального расстояния, соответствующий волновому характеру распространения со скоростью около 1 км/с, и наблюдаемая дисперсия сигнала качественно свидетельствуют о справедливости

трактовки результатов как полей медленных МГД-волн. Целесообразно поэтому провести более детальное сопоставление теоретических и экспериментальных результатов.

Рассмотрим характерную запись возмущения геомагнитного поля, полученную на о-ве Пальмира 1 августа 1958 г. (см. рис. 4.12,а). Сигнал начинается всплеском отрицательной полярности, за которым следует несколько больший всплеск той же полярности и более длительный положительный всплеск. Ширина максимумов — 7, 20 и 40 мин соответственно. Следует отметить, что ширина первого максимума практически одинакова на всех станциях [13], где был зарегистрирован сигнал. Можно полагать, что первый всплеск связан со статическим полем излучателя, образующимся при взрыве, а второй и третий — с волновым полем.



МГД-волны

Рис. 4.14. Рассчитанная временная зависимость поля

На рис. 4.14 представлена временная зависимость поля МГД-волны, рассчитанная по формулам § 4.4 для расстояния и азимута, соответствующего азимуту на о-ве Пальмира. Из сопоставления графиков на рис. 4.12 и 4.14 видно, что существует хорошее согласие между волновой частью зарегистрированного сигнала (второй и третий полупериоды) и сигналом, рассчитанным теоретически. Возникновение первого положительного импульса в волновом поле представляет собой волноводный эффект распространения возмущения, связанный с наличием мнимого излучателя в точке $z = -z_0$. По-видимому, импульс на экспериментальной магнитограмме является суммой статического и волнового полей.

В рамках этой гипотезы можно определить параметры эффективного магнитного диполя, генерирующего медленные МГД-волны. Проверкой правильности восстановления излучателя может служить сопоставление теоретических результатов с записями вариаций, полученных на других станциях. На рис. 4.15 приведены теоретические временные зависимости (1) возмущений H - и D -компонент геомагнитного поля и временные зависимости эффективного магнитного момента (2), генерирующего волны. Кривые 3 — суммарное рассчитанное поле; 4 — экспериментальная запись.

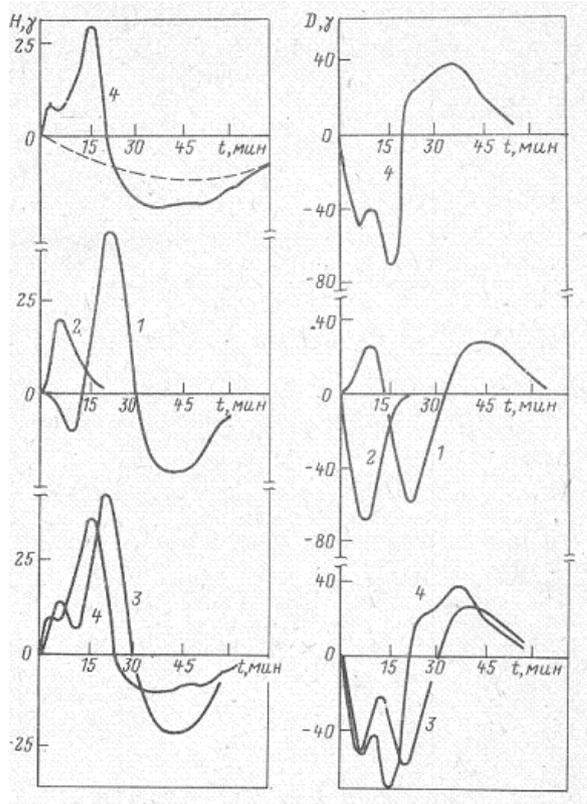


Рис. 4.15. Сопоставление теоретических и экспериментальных записей возмущения магнитного поля на о-ве Пальмира

Сопоставление теоретических и экспериментальных результатов позволяет утверждать, что проанализированный в § 4.4 физический механизм достаточно полно объясняет характерные особенности магнитограмм. Развитая теория, позволяющая аналитически рассчитывать пространственно-временное распределение вариаций геомагнитного поля в волноводе Земля — ионосфера при различной взаимной ориентации излучателя и внешнего магнитного поля, хорошо согласуется с экспериментом.

Список литературы

1. Дробжев В.И., Куделин Г.М., Нургожин В.И. и др. Волновые возмущения в ионосфере. Алма-Ата, Наука, 1975.
2. Госсард Э., Хук У. Волны в атмосфере. Пер. с англ. М., Мир, 1978.
3. Georges T.M. — J. Atmos. Terr. Phys., 1968, v. 30, p. 735.
4. Georges T.M. — J. Geophys. Res., 1967, v. 72, p. 422.
5. Drobjev V.I., Krasnov V.M., Salihov N.M. — J. Atmos. Terr. Phys., 1979, v. 41, p. 1011.
6. Klostermeyer J. — J. Atmos. Terr. Phys., 1969, v. 31, p. 25.
7. Row R.V. — J. Geophys. Res., 1966, v. 71, p. 343.
8. Davies K., Baker D.M. — Ibid., 1965, v. 70, p. 2251.
9. Leonard R.S., Barnes R.A. — Ibid., p. 1250.
10. Juen R.C., Weaver P.F., Suzuki R. — J. Geophys. Res., 1969, v. 74, p. 2256.
11. Weaver P.F., Juen P.C., Prolss G.W. — Nature, 1970, v. 226, p. 1239.
12. Боборыкин А.М., Емельянова К.П., Дорошкевич А.И. и др. — Вопросы физики околоземного пространства и земных недр Белоруссии. Минск, Наука и техника, 1972.
13. Uyeda H., Maeda H., Kimpara A. e.a. — J. Geomagn. Geoelect., 1959, v. 11, p. 39.
14. Чепмен С., Линдзен Р.С. Атмосферные приливы. Пер. с англ. М., Мир, 1972.
15. Chapman S., Bartels J. Geomagnetism. Lond. — N.Y., 1940.
16. Троицкая В.А., Гульельми А.В. — Успехи физ.наук, 1969, т. 97, с. 453.
17. Троицкая В.А. — Докл. АН СССР, 1953, т. 99, с.131.
18. Rostoker G. — Fundamental Cosmic Phys., 1979, v. 4, p. 211.
19. Гогатишвили Я.М. — Геомагнетизм и аэрономия, 1979, т. 19, с. 382.
20. Hines C.O. — Canad. J. Phys., 1960, v. 38, p. 1441.
21. Dungey J.W.. Physics of the Ionosphere. Lond., Phys. Soc., 1955.
22. Friedman J.P.. — Ibid., 1966,v. 71, p.1033.
23. Frenkis S.H. — J. Atmos. Terr. Phys., 1975, v. 37, p. 1011.
24. Devis M.J. — J. Geophys. Res., 1971, v. 76, p. 4525.
25. Heisler L.H., Whitehead J.D.). — Austral. J. Phys., 1961, v. 14, p. 481.
26. Reddi C.R.,Rao B.R. — J. Atmos. Terr. Phys., 1971, v. 33, p. 251.
27. Herron T.J. — Ibid., 1973,v. 35,p. 101.
28. Hines C.O. — Ibid., 1974,v. 36,p. 1179.
29. Herron T.J. — Nature,1974,v. 248,p. 213.
30. Чепмен С., Коулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1960.

31. Prince C.E., Bostick T.X. — J. Geophys. Res., 1964, v. 69, p. 3213.
32. Акасофу С. Полярные и магнитосферные суббури. Пер. с англ. М., Мир, 1971.
33. Акасофу С., Чепмен С. Солнечно-земная физика Пер. с англ. М., Мир, 1975.
34. Heppner J.P. — J. Geophys. Res., 1954, v. 59, p. 329.
35. Akasofu S., Shapmann S., Meng G. e.a. — J. Atmos. Terr. Phys., 1965, v. 27, p. 1275.
36. Ruster R. — J. Atmos. Terr. Phys., 1965, v. 27, p.1229.
37. Bowman R.R., Campbel W.H. — J. Geophys. Res., 1965, v. 27, p. 1247.
38. Wilson C.R. — Nature, 1967, v. 216, p.131.
39. Brown R.R., Campbel W.H. — J. Geophys. Res., 1962, v. 67, p. 1357.
40. Harang L., Larsen R. — In: Natural Electromagnetic Phenomena Below 30 kc/s. N.Y., Plenum Press, 1964, p. 143.
41. Heacock R.R. — J. Geophys. Res., 1967, v. 72, p. 3905.
42. Troitskaya V.A. — Ibid., 1961, v. 66, p. 5.
43. Heacock R.R. — Ibid., p. 399.
44. Gendrin R. — Space Sci. Rev., 1967, v. 7, p. 314.
45. Dieminger W., Goubau G., Zenneck J. — Hochfrequenztechn. und Elektroakust., 1934, Bd 44, S. 2.
46. Harang L. — Terrestreal Magnetism and Atmospheric Electricity, 1939, v. 44, p. 17.
47. Klostermeyer J., Rottger A. — Planet. Space Sci., 1976, v. 24, p. 1065.
48. Lewies T.J. — Canad. J. Phys., 1967, v. 45, p. 1549.
49. Шашунькина В.М. — В кн.: Физика ионосферы. М., Наука, 1976, с. 150.
50. Kaushika N.D. — Indian J. Radio and Space Phys., 1975, v. 4, N 1, p. 86.
51. Васильев К.Н. — В кн.: Исследования по проблемам солнечно-земной физики. М., Наука, 1975, с. 201.
52. Новиков В.М., Коновалова Н.В. — В кн.: Физика и моделирование ионосферы. М., Наука, 1975, с. 164.
53. Fehr U. — In: Acooustic-Gravity Waves in the Atmosphere. Symp. Proc. Boulder, U.S. Government Printing Office, 1968, p. 87.
54. Засов Г.Ф., Карлов В.Д., Романчук Т.Е. и др. — Геомагнетизм и аэрономия, 1977, т. 17, с. 347.
55. Wright J.M. — Radio Sci., 1964, v. 68, N 2, p. 289.
56. Munro G.H — Proc. Roy. Soc., 1950, v. A202, p. 208.
57. Афраймович Э.Л., Вукмейстер Б.О., Захаров В.Н. и др. — В кн.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. Вып. 4. М., Наука, 1977, с. 149.
58. Казмировский Э.С., Кокуров В.Д. Движения в ионосфере. Новосибирск, Наука, 1979.
59. Альперович Л.С., Дробжев В.И., Краснов В.М. и др.— Изв вузов. Сер. Радиофи-

зика, 1980, № 6, с. 763.

60. Дробжев В.И., Краснов ВМ., Салихов НМ. — Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1978, т. 21, с. 1862.

61. Гершман Б.Н. Динамика ионосферной плазмы. М., Наука, 1974.

62. Гинзбург ВЛ. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., Наука, 1967.

63. Дробжев В.И., Сорокин В.М., Федорович Г.В. — В кн.: Волновые возмущения; в атмосфере. Алма-Ата, Наука, 1980, с. 16.

64. Akasofu S. — Rep. Ionospher. Res. Jap., 1956, v. 10, p. 227.

65. Piddington J.H. — Geophys., 1959, v. 2, p. 173.

66. Сыроватский С.И. — Успехи физ. наук, 1957, т. 62, с. 247.

67. Данжи Дж. Космическая электродинамика. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит, 1959.

68. Greifinger C., Greifinger P. — J. Geophys. Res., 1965, v. 70, p. 2217.

69. Frensis W.E., Karplus R. — Ibid., 1960, v. 65, p. 3593.

70. Jacobs J.A., Watanabe J. — J. Atmos. Terr. Phys., 1962, v. 24, p. 413.

71. Field E.C., Greifinger C. — J. Geophys. Res., 1966, v. 71, p. 3223.

72. Field E.C., Greifinger C. — Ibid., 1967, v. 72, p. 317.

73. Dessler A. J. — J. Phys. Soc. Jap., 1962, v. 17, suppl. A-II, p. 27.

74. Greifinger C., Greifinger P. — J. Geophys. Res., 1968, v. 73, p. 7473.

75. Kovach R.L., Ven-Menahem A. — Ibid., 1966, v. 71, p. 1499.

76. Rostoker G. — Ibid., 1965, v. 70, p. 4388.

77. Франк-Каменецкий Д.А. — Журн. техн. физ., 1960, т. 30, с. 894.

78. Сорокин ВМ. — Геомагнетизм и аэрономия, 1977, т. 17, с. 73.

79. Северный А.Б. — Изв. Крымской астрофиз. Обсерватории, 1954, т. 11, с. 129.

80. Альперович Л.С., Сорокин В.М., Федорович Г.В. — В кн.: Тр. симл. КАПГ по солнечно-земной физике. М., Наука, 1979, с. 34.

81. Дробжев В.И., Краснов ВМ., Салихов НМ. — В кн.: Тезисы докл. Междунар. (в рамках КАПГ) научно-методологического семинара по вертикальному зондированию ионосферы. Ч. П. Алма-Ата, Наука, 1978, с. 41.

82. Альперович Л.С., Гохберг М.Б., Сорокин В.М., Федорович Г.В. — Изв. АН СССР. Сер. физ. Земли, 1979, № 3, с. 58.

83. Сорокин В.М., Федорович Г.В. — Прикл. мех. и техн. физ., 1976, № 3, с. 174.

84. Сорокин В.М., Федорович Г.В. В кн.: Оптикофизические измерения. М., Изд-во стандартов, 1977.

85. Франк Ф., Мизес Р., Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. Ч. 2. М., ОНТИ, 1937.

86. Сорокин В.М., Федорович Г.В. — Геомагнетизм и аэрономия, 1973, т. 13, с. 866.

87. Гринберг А.Г. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М., Изд-во АН СССР, 1948.
88. Джеффрис Г., Свирлс Б. Методы математической физики. Т. 3. Пер. с англ. М., Мир, 1970.
89. Сорокин В.М., Федорович Г.В. — Геомагнетизм и аэрономия, 1975, т. 15, с. 241.
90. Сорокин В.М., Федорович Г.В. — В кн.: Тр. VI Всесоюз. симл. по дифракции и распространению волн. Т. 2. Ереван, Отдел научных изданий ВНИИРИ, 1973, с. 227.
91. Fowler P.H., Waddington G. J. — Nature, 1959, v. 182, p. 1728.
92. Matsushita S. — J. Geophys. Res., 1959, v. 64, p. 1149.
93. Lowrie J.A., Gerard V.B., Gill P.J. — Nature, 1959, v. 184, p. BA34.
94. McNich A.G. — J. Geophys. Res., 1959, v. 64, p. 2253.
95. Maeda H. — Ibid., p. 863.